

労働時間の契約曲線モデルに基づく 「税と労働供給」のシミュレーション分析

木下 富夫^a

JEL Code : J22, J31, J41

キーワード：労働時間供給曲線，労働時間需要曲線，マーシャル弾性値，契約曲線，最適所得税率

I. 序

労働時間供給の賃金率弾性値 (wage rate elasticity of supply of working hours) を用いて最適所得税率 (optimal income tax rate) を算出する定式が E. Saez (2001) によって提示された。これは J. Mirrlees (1971) の先駆的な「最適所得課税の理論」をもとに展開されたものであるが、この定式は政策的に重要な意義をもつものとして注目されてきた。そして M. Keane (2011) は労働時間供給曲線のサーヴェイを行っているが、これは Saez (前掲) のフレームワークに依拠したものであった。

ところで、労働時間供給曲線の推計に関して J. Pencavel (2016) は「Kosters (1966) を嚆矢としてこれまで多数の推計結果が出され、今日なお継続しているものの、その総括にはいまだ至っていない」と述べている。これは消費関数の推計が M. Friedman の「消費関数の理論 (A Theory of the Consumption Function)」をもって決着したことに比べると対照的である。Pencavel (ibid.) によれば、労働時間供給曲線の推計には未解決の大きな問題があり、それは労働時間の供給曲線と需要曲線の識別問題 (identification problem) であるという。彼はこの指摘をつとに Pencavel (1986) 以来続けてきたが、意外なことに今日にいたるまでこの指摘は十分には考慮されて来なかった。言うなれば労働時間供給曲線の推計は、いまなお供給サイドの分析にとどまっているわけである。

Pencavel (2015, pp.4-7) の識見によれば、膨大な数にのぼる労働時間供給曲線推計の基本的な前提は「労働時間の決定は、与えられた賃金率のもとで労働者側が行い、それを企業側は受け入れる」というものである。もし Pencavel の主張をとりいれ、需要サイド (企業) を組みこんだモデルに基づいて分析すれば、これは Saez や Keane の分析にどのような変更を迫るであろうか。これを問うことが本稿の目的である。

以下、本稿の構成は以下になっている。II 節で

は、Saez の提示した最適所得税率の算定と、労働時間供給曲線の弾性値との関連について説明する。III 節では Pencavel の批判に応えた、需要サイド (企業) を組み込んだ「労働時間の契約曲線モデル」を提示する。IV 節では契約曲線モデルを用いてシミュレーションを行い Saez (ibid.) の問題点を考える。そして V 節は要約である。

II. Saez (2001) による最適所得税率の推計

2-1 Saez の定式

Saez (2001) は賃金所得に対する「最適所得税率 (optimal income tax rate)」の算定を理論的に導き、かつこれを実証に付した。税率が高すぎると労働者は働くインセンティブを減退させ、労働時間の供給は減少する。一方、税率が低すぎると政府は十分な税収をあげられない。したがってその中間に最適な税率があるという考えである。

Saez, Slemrod, and Giertz (2012) は最適な所得税率 τ について次のように簡明な式を提示した。

$$(1) \quad \tau = \frac{1}{1+a \cdot e}.$$

ここで τ は所得の最上層グループ (所得水準が z 以上) にかかる税率である。そして a はパレート・パラメーター (Parato parameter) で $a = z_m / (z_m - z)$ と定義され、また z_m はこの最上階層の所得の平均値である。 a は概ね 1.5~2.0 で安定した数値をとることが知られている。また e は労働時間供給弾性値で、 $w(1-\tau)$ が 1 パーセント増加したとき、労働時間供給が e パーセント増加することを示す。例えば $a=2.0$, $e=0.5$ であれば $\tau = 1/(1+2 \times 0.5) = 0.5$ (50 %) となる。(ただし、もし e がマイナスであれば $\tau > 1$ (税率が 100 % 以上) となるが、Saez (2001, p.213) は弾性値 (e) がマイナスになることは無いと想定しているようである。)

a 武蔵大学経済学部 名誉教授

2-2 「租税弾性値 = 賃金弾性値」の等式について

Saez と Keane は労働時間供給に関して、租税弾性値と賃金弾性値が等しいという関係を用いているが、これについて説明しよう。初めに効用関数から労働時間供給曲線を導き、次にこれを用いて両者が等しくなることを説明する。

Keane (2011) にならって、労働者は (2) のような CRRA 型の効用関数をもつと仮定する。ここで η , γ , β はパラメータである。

$$(2) \quad U = \frac{\gamma^{1+\eta}}{1+\eta} - \beta \frac{h^{1+\gamma}}{1+\gamma} \quad \eta \leq 0, \gamma \geq 0, \beta > 0.$$

また所得制約式を次式 (3) のように仮定する。

$$(3) \quad Y = w(1-\tau)h + N.$$

ここで w は賃金率 (時給), h は労働時間である。また τ は税率 ($0 \leq \tau \leq 1$), N は非労働所得である。(なお以後は単純化のために $N=0$ と仮定する。) 所得制約式 (3) のもとで、効用を最大化するように労働時間が決められ、これから労働時間供給曲線が次式 (4) のように求められる。

$$(4) \quad \beta h^{\gamma+1} = \{(1-\tau)E\}^{\eta+1} \\ \text{ただし } E = wh.$$

(4) 式を賃金率に関して微分して賃金率弾性値 (wage rate elasticity, wre) を求めると次式のようにになる。

$$(5) \quad \text{wre} = \frac{\partial \ln h}{\partial \ln w} = \frac{1+\eta}{\gamma-\eta}$$

同様に、 $(1-\tau)$ に関して微分して租税弾性値 (tax rate elasticity, txe) を求めると次式 (6) が得られる。

$$(6) \quad \text{txe} = \frac{\partial \ln h}{\partial \ln (1-\tau)} = \frac{1+\eta}{\gamma-\eta}$$

要するに賃金率弾性値と租税弾性値は等しくなるわけである。これは労働時間供給関数に両者が積の形 $w(1-\tau)$ で組み込まれているから当然の結果ともいえる。

III. 労働時間需要関数を組み込んだ市場均衡モデル

需要サイドを組み入れた労働時間決定モデルは Kinoshita (1987, 2023) で提示されているが、本節ではこれに税を組み込んだ市場均衡モデルを作成する。本節の目的は、市場均衡において賃金率弾性値 (wre) と租税弾性値 (txe) がどれくらい乖離するかを検討するこ

とである。もしこの乖離が大きければ、Saez の実証分析は修正を要するであろう。(1)

本節でははじめに 1. 企業の等利潤曲線 (iso-profit curve) と労働時間需要曲線 (demand curve of working hours) を説明する。次に 2. 労働時間需要曲線と労働時間供給曲線の交点が市場均衡になる場合を考える。そして 3. 「市場均衡の条件は労働者数の需給が一致すること」と考えた場合、均衡点は契約曲線 (contract curve) 上に移動することを説明する。そして最後に 4. 契約曲線上では一般に、wre と txe が乖離することを示す。(2)

3-1 企業の等利潤曲線 (iso-profit curve) と労働時間需要曲線

企業の労働時間需要曲線と家計の労働時間供給曲線をシンメトリーに説明するために、まず企業の等利潤曲線を導出する。そして利潤最大化は予算制約線と等利潤曲線の接点で達成されることを用いて、労働時間需要関数を導く。

始めに、企業は (7) のような CES 生産関数を持つと仮定する。ここで L は労働者数, h は労働時間である。単純化のために、労働者全員の労働時間は同一であると仮定する。($A > 0$, $0 < \alpha < 1$, $\rho > -1$ はパラメータである。)(3)

$$(7) \quad F(L, h) = A[\alpha L^{-\rho} + (1-\alpha)h^{-\rho}]^{-1/\rho}$$

いま企業の労働コストは $L(E(h)+C)$ である。($E(h)$ は労働時間 h に応じて支払われる賃金, C は一人当たりの固定費である。) 産出物価格を 1 とすれば利潤 π は $\pi = F(L, h) - L[E(h)+C]$ となる。等利潤曲線上では利潤 π の大きさは一定なので $\pi_L = \pi_h = 0$ であるから、次式を得る。

$$\pi_L = F_L - [E(h)+C] = 0, \\ \pi_h = F_h - L[E(h)]' = 0.$$

F_L と F_h を (7) から求め、そして両者の比率から次式を得る。

$$(8) \quad \frac{E'(h)}{E(h)+C} = \frac{(1-\alpha)h^{-\rho-1}}{\alpha L^{-\rho}}$$

また (7) から、産出量 q の等産出曲線 (isoquant) は次式のようにになる。

(1) モデルの基本的なアイデアは Lewis (1969) に基づいている。

(2) 本節のモデルは、Kinoshita (1987), Kinoshita (2003) を発展させたものである。

(3) 代替弾性値は $\sigma = 1/(\rho+1)$ であり、 $\rho \rightarrow 0$ では (7) 式はコブ・ダグラス型になる。CES 生産関数の詳細については Henderson and Quandt (1980) pp.111~114 を参照。

$$(9) \quad \alpha L^{-\rho} + (1-\alpha)h^{-\rho} = \left(\frac{q}{A}\right)^{-\rho} = K$$

いま産出量 q を所与とすれば、 K は正の定数である。(9) から $L^{-\rho}$ を求め、これを (8) に代入し整理すると次の微分方程式が得られる。

$$(9) \quad \frac{E'(h)}{E(h)+C} = \frac{(1-\alpha)h^{-\rho-1}}{K-(1-\alpha)h^{-\rho}}$$

これを解いて、次式 (10) の等利潤曲線が得られる。

$$(10) \quad E(h) + C = [K - (1-\alpha)h^{-\rho}]^{1/\rho} \times T.$$

ここで T は積分定数で利潤水準を表す。(T が大きくなるほど利潤は減少する。)

次に労働時間需要曲線は、賃金率 w とそれに対応して企業が望む労働時間 h の関係を表す式 $h=h(w)$ である。これは等利潤曲線と $E = wh$ の接点の軌跡として、以下のように求めることができる。

$$(11) \quad \text{Min } T = \frac{E(h)+C}{[K-(1-\alpha)h^{-\rho}]^{1/\rho}} \quad \text{s.t. } E(h) = wh.$$

これを解いて、下記のような h - E 平面における労働時間需要曲線を得る。(4)

$$(12) \quad \frac{E+C}{E} = \frac{K}{(1-\alpha)h^{-\rho}} - 1$$

(12) に関して $\partial h / \partial C > 0$ が導かれるが、これは固定費 C が増えると企業は (所与の賃金率 w のもとで) より長い労働時間を望むことを示している。

3-2 市場均衡と労働時間契約曲線 (Wage-hour Contract Curve)

本節では労働時間の市場均衡を説明する。モデルを単純化するために、すべての労働者は同じ効用関数を持ち、生産性も同じであるとする。また、すべての企業は同一の生産関数をもっていると仮定する。そして労働者数と企業数はともに十分に多く労働市場は競争的であると仮定する。

始めに Pencavel (2016) が想定したように、市場均

衡は労働時間供給曲線 (4) と労働時間需要曲線 (12) の交点で達成される場合を考えよう。もしこの交点で労働者への需要と供給が一致しているのであれば、これは市場均衡点になる。しかし一般にその保証はないであろう。もし労働者への需要が供給を上回れば、賃金率は上昇するであろう。そして賃金率はこの交点を通る「労働時間契約曲線」にそって上昇することになる。ここで労働時間契約曲線とは「労働者の無差別曲線」と「企業の等利潤曲線」の接点の軌跡である。(なお、労働時間の需給両曲線の交点を契約曲線が通過することは容易に分かる。)そして契約曲線上はパレート最適なので、均衡点が契約曲線上から逸れることはない。結論として、市場均衡は契約曲線上で労働者数の需給が一致する点に決まることになる。そして賃金率が変化するとき、均衡点の移動は契約曲線にそって行われることになる。(5)

最後に契約曲線の導出を行うが、これは以下のようにできる。契約曲線は無差別曲線と等利潤曲線の接点の軌跡であることから次のようなラグランジュ式を考えればよい。ここで λ はラグランジュ乗数である。

$$(13) \quad \Gamma(E, h, \lambda) = \frac{[(1-\tau)E]^{1+\eta}}{1+\eta} - \beta \frac{h^{1+\gamma}}{1+\gamma} + \lambda \left\{ T - \frac{(E+C)}{[K-(1-\alpha)h^{-\rho}]^{1/\rho}} \right\}$$

E, h, λ についてそれぞれの偏微分によって以下の三式が得られる。

$$\Gamma_E = [(1-\tau)E]^\eta (1-\tau) - \lambda \frac{1}{[K-(1-\alpha)h^{-\rho}]^{1/\rho}} = 0$$

$$\Gamma_h = -\beta h^\gamma + \lambda (1-\alpha)(E+C)h^{-\rho-1}[K-(1-\alpha)h^{-\rho}]^{(-1/\rho)-1} = 0$$

$$\Gamma_\lambda = T - \frac{(E+C)}{[K-(1-\alpha)h^{-\rho}]^{1/\rho}} = 0$$

最初の二式から λ を消去して、次式の労働時間契約曲線 (Wage-hour Contract Curve) を得ることができる。

(4) 労働時間需要曲線は、利潤最大化条件から直接導くこともできる。産出物価格を 1 とすれば、利潤 π は $\pi = F(L, h) - (wh + C)L$ である。利潤最大化の一階条件は $F_L = wh + C$, $F_h = wL$ であり、これら二式から $(hF_h)/(L F_L) = (whL)/(L(wh+C)) = E/(E+C)$ が導かれる。(ここで $E=wh$) (7) の生産関数 $F(L, h) = A[\alpha L^{-\rho} + (1-\alpha)h^{-\rho}]^{-1/\rho}$ から F_h , F_L を求め、これを上式に代入して整理すれば (12) の需要関数が導かれる。なお、 $\rho \rightarrow 0$ においては、生産関数はコブダグラス型になるが、このとき需要関数は $E = (1-\alpha)C/[K - 2(1-\alpha)]$ となり、水平な直線になる。

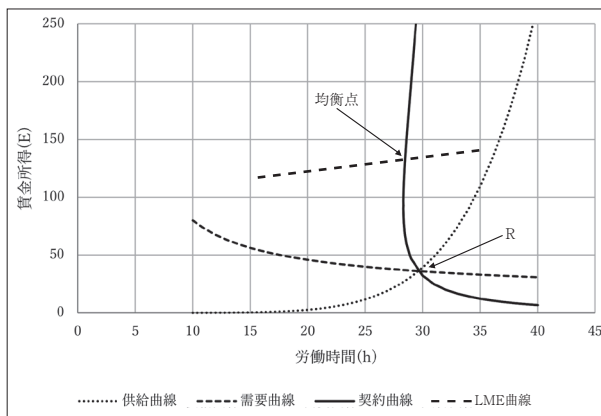
(5) 労働者数に関する需給均衡点の軌跡は、 h - E 平面において右上がりの曲線 (LME 曲線と呼ぶ) で表される。いま市場全体の集計的生産関数を $F(L, h)$ とすれば、その労働者需要関数は $F_L(L, h) = E+C$ と表される。単純化のために労働者数 L の供給を一定とすれば、この式が LME 曲線である。そして生産関数から $F_{Lh} = \alpha A(1+\rho)(1-\alpha)h^{-\rho-1}[\alpha L^{-\rho} + (1-\alpha)h^{-\rho}]^{-1/\rho-2} > 0$ ($\rho > -1$) が求められる。したがって $dE/dh = F_{Lh}(L, h) > 0$ となり、LME 曲線は右上がりであることがわかる。このモデルでは三つの変数 E, h, L が登場し、価格変数は賃金率 $w (= E/h)$ の一つのみである。そして LME 曲線と契約曲線の交点で均衡賃金率が決まる構造になっている。

$$(14) \quad [(1-\tau)E]^{\eta+1} \frac{(E+C)}{E} = \beta h^{\gamma+1} \frac{[Kh^{\rho} - (1-\alpha)]}{(1-\alpha)}$$

3-3 市場均衡とその含意

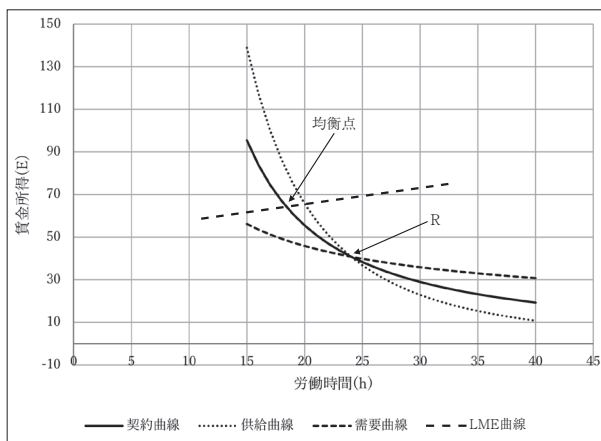
1図と2図はそれぞれ $\{\eta=-0.7, \gamma=1.0\}$ と $\{\eta=-1.5, \gamma=0.3\}$ の場合を図示したものである。横軸は労働時間(h), 縦軸は賃金所得(E)をとっており, 賃金率($w=E/h$)は原点から引いた直線の傾きになる。Keane (2011, p.961)はCRR効用関数から導かれる供給曲線の粗賃金弾性値(マーシャル弾性値)が $(\eta+1)/(\gamma-\eta)$ になることを示しているが, 1図は $\eta=-0.7 > -1.0$ なので, マーシャル弾性値はプラスになり供給曲線は右上がりである。一方, 2図は $\eta=-1.5 < -1.0$ なので, マーシャル弾性値はマイナスで, 供給曲線は右下がりになっている。労働時間需要曲線は両図とも同じで右下がり, そしてその賃金弾性値はマイナスである。契約曲線の形状については,

1図 契約曲線, 供給曲線と需要曲線 ($\eta=-0.7, \gamma=1.0$)



注 (1) 作図の前提となるパラメータの数値は1図, 2図ともに(η と γ 以外は)以下の通り。
 $q/A=10, \alpha=0.6, \rho=0.2, C=40, \beta=0.003, \tau=0.3$ 。
 (2) 三曲線の交点の座標は $h=29.64, E=36.16$ である。

2図 契約曲線, 供給曲線と需要曲線 ($\eta=-1.5, \gamma=0.3$)



注 三曲線の交点の座標は $h=24.02, E=40.87$ である。

1図は「屈曲型」で, その賃金弾性値は賃金率の低い領域ではマイナスであるが, 賃金率が上昇して行くとプラスに転じる。2図は「右下がり型」で, 賃金弾性値は全域でマイナスである。

市場均衡は注3で述べたように, 契約曲線上の一点で, 労働者数の需給が均衡する点になる。それは三曲線の交点Rより上部に位置するかも知れないし, あるいは下部になるかもしれない。そして労働者は市場で成立した労働時間と賃金率を受け入れて働くか, あるいは働かないかを選択する。一方, 企業は与えられた労働時間と賃金率で何人を雇用するかを決定する。

1図が想定する例として, 既婚女性の労働市場があげられるかも知れない。既婚女性(主婦)は賃金率がある水準以上に上昇すると(家事労働を減らし)働きに出るとされているが, それは1図の交点Rより上の状況であろう。そこでは契約曲線は供給曲線の上方に位置しており, 労働の供給価格より市場賃金が高くなっているからである。一方, 交点より下部の状況は, 賃金水準が低くて不満でも働きに出ざるを得ない場合である。シングルマザーで一家の生計を支えるが, 労働需要が少ない場合である。契約曲線は供給曲線より下方にきているから, 市場賃金は供給価格よりも低くなっている。

2図が想定する例として, 男性の世帯主で賃金水準が一定以上に達しているケースが考えられる。この場合は賃金率上昇に対して労働時間供給が減るが, それは所得効果が代替効果より大きいからと考えられる。また長期時系列をみた場合, 賃金率の上昇とともに労働時間が持続的に減少しているが, この状態も2図に当てはまるであろう。

以上から次のようなモデルの含意を得る。第1は, 統計データから推計されるものは, 労働時間供給曲線なのかあるいは契約曲線なのかという問題である。「もし, 与えられた賃金率において労働時間を決定するのは労働者で, 企業はそれを受け入れる」という仮説に基づけば, 市場均衡(統計データ)は供給曲線上に位置して, 推計されるものは「供給曲線」ということになる。一方, 「与えられた賃金率のもとで, 労働時間は企業と労働者の協議のもとに競争的に決められる」という仮説に基づけば, 市場均衡(統計データ)は契約曲線上に位置して, データから推計されるものは「契約曲線」ということになる。いずれがプロジブルであろうか。本稿は後者の仮説を妥当と考える。

第2は, もし観測されるデータが契約曲線上の点であるとすれば, マーシャル弾性値がプラスでも契約曲線の賃金弾性値がマイナスになることが起こりうる(1図の交点Rより下方の領域)ことである。これは契約曲線

推計の困難さを伺わせる。

第3は、もし市場均衡が契約曲線上にあると考えれば、契約曲線に基づいて租税の効果を考えねばならないということである。そして契約曲線上では、賃金弾性値と租税弾性値は大きさが異なると予想されるから、両者の乖離がどれくらいであるかを検討する必要がある。もし乖離が無視できない大きさであれば、「賃金弾性値＝租税弾性値」の等式は利用できないことになる。第4は、もし契約曲線上の租税弾性値あるいは賃金弾性値がマイナスの場合、税率の増加は労働時間供給を増やすから、Saezの定式は利用できないことになる。

IV. 契約曲線の賃金弾性値(wre)と租税弾性値(txe)のシミュレーション

4-1 wre と txe の計算式

労働時間契約曲線は(14)に、そして労働時間供給曲線は(4)に与えられているが、それぞれについて wre と txe を求め、これらを比較してみよう。労働時間供給曲線については、すでに(5)と(6)において $wre = txe = (1 + \eta) / (\gamma - \eta)$ が求められている。契約曲線については(14)から $wre = \partial \log h / \partial \log w$, $txe = \partial \log h / \partial \log (1 - \tau)$ を求め、これらにパラメーターの数値をあてはめて求める。

(14)に対数微分を行い、wre と txe を求めると次式が得られる。

$$(15) \quad \eta + \frac{E}{E+C} = \left\{ -\eta + \gamma + 1 - \frac{E}{E+C} + \frac{K\rho h^\rho}{Kh^\rho - (1-\alpha)} \right\} \times (wre).$$

$$(16) \quad \eta + 1 = \left\{ -\eta + \gamma + 1 - \frac{E}{E+C} + \frac{K\rho h^\rho}{Kh^\rho - (1-\alpha)} \right\} \times (txe).$$

また(15)、(16)両式から、それらの差と比率に関して次式が得られる。

$$(17) \quad txe - wre = \left[1 - \frac{E}{E+C} \right] / \left\{ -\eta + \gamma + 1 - \frac{E}{E+C} + \frac{K\rho h^\rho}{Kh^\rho - (1-\alpha)} \right\}$$

$$(18) \quad (txe - wre) / wre = \left[1 - \frac{E}{E+C} \right] / \left[\eta + \frac{E}{E+C} \right]$$

(15) ～ (18) から以下のような含意を得る。

(I) 契約曲線の弾性値(wre)は正負いずれにもなりうる。

(15) 右辺「」内の符号は正と考えてよいであろう($\rho > -1$, $-\eta + \gamma > 0$, $1 - E/(E+C) > 0$)。したがって「 $\eta + E/(E+C) \geq 0 \rightarrow wre \geq 0$ 」が導かれる。

(II) $C \geq 0$ ならば $txe \geq wre$ であり、 $C \uparrow \rightarrow$ 「txe -

wre」 $\uparrow$ である。

(III) $(\gamma - \eta) > 0$ が小さくなるほど「txe - wre」は大きくなる。

これは労働者のヒックス弾性値(補償賃金弾性値)が大きくなるほど、「txe - wre」は大きくなることを示している

(IV) $C = 0$ に加えて「 $\rho \rightarrow 0$ 」(生産関数がコブ・ダグラス型)が加わると契約曲線の $wre = txe = (\eta + 1) / (\gamma - \eta)$ となり、これは供給曲線の粗弾性値に等しい。

結局パラメーターとして労働者の η と γ 、企業の C と ρ の4個のパラメーターが txe, wre に与える影響を見ることになる。

4-2 パラメーター数値の設定

パラメーター数値の設定は、三曲線(労働時間の供給曲線、需要曲線、契約曲線)とその交点が、労働時間については $50 > h > 0$ の範囲に、賃金所得については $100 > E > 0$ の範囲に納まるような組み合わせを選んだ。その結果、基本形として以下のような数値を選んだ。

効用関数については「 $\eta = -0.5$ または -1.5 , $\gamma = 1.0$ または 1.2 」, 生産関数については「 $\rho = 0.3$, $C = 5$ 」, そしてその他については「 $q/A = 10$, $\alpha = 0.6$, $\beta = 0.003$, $\tau = 0.3$ 」を選んだ。なおシミュレーション結果における労働時間(h)と賃金所得(E)の数値は相対的な数値であり、具体的な週労働時間や賃金水準を表すものではない。

4-3 三曲線の形状

供給曲線の形状は $\eta > -1$ では右上がり、 $\eta < -1$ では右下がりになる。一方需要曲線は常に右下がりである。そして契約曲線の形状は二つのタイプに分類できる。第一は1図のような「屈曲型」で、これは $0 > \eta > -1$ の場合に起きる。第二は2図のような「右下がり型」で、これは $\eta < -1$ の場合におきる。屈曲型において屈曲がおきる点は、通常三曲線の交点付近にあり、その上部では右上がりに、またその下部では右下がりになる。なお契約曲線の作図はニュートン・ラフソン法(Newton-Raphson's method)による近似解を用いておこなった。

4-4 シミュレーション結果を見るポイント

シミュレーション結果をみるポイントは三つある。第1は契約曲線の wre が供給曲線のマーシャル弾性値との程度異なるかである。契約曲線の wre は、労働者と企業のプレファレンスが合成されるからである。第2は、契約曲線の「txe - wre」の大きさをみることである。この差が大きいと、txe=wreの等式は利用できなくなる。第3は、契約曲線の形状である。もしこれが屈曲型

であれば、契約曲線の wre は、屈曲点より上部の右上がり部分ではプラスになり、下部の右下がりの部分ではマイナスになる。そしてその中間では弾性値がゼロになる領域がある。（ただし以下の表では、交点より上部領域の弾性値がプラスになる場合のみを提示した。）

4-5 シミュレーションの結果とその含意

4-5-1 η と弾性値

1-1 表と 1-2 表は η の変化とその効果を見たものである。1-1 表はすべて「屈曲型」であるが、 $\eta = -0.1$ 、 -0.3 、 -0.5 の三ケースでは屈曲部分が左下方に小さくあるだけである。一方、 $\eta = -0.7$ と $\eta = -0.9$ は、屈曲部分の形状が大きくなっている。

マーシャル弾性値 M (f 欄) と契約曲線の wre (a 欄) を比べると、両者の大きさはかなり異なる。 $\eta = -0.5$ では、0.294 と 0.202 であり、 $\eta = -1.5$ では -0.200 と -0.339 である。従って実際のデータを契約曲線とみるか、あるいは供給曲線とみるかによってデータの解釈が大きく異なってくるであろう。

「txe-wre」(c 欄) については、最大で 0.077 (一行) の大きさである。 $\eta < 0$ が小さくなる（その絶対値が大きくなる）ほど「txe-wre」は縮小する。

1-2 表は $\eta < -1.0$ で、契約曲線はすべて「右下がり型」であり、wre と txe はいずれも常にマイナスである。（したがって最適税率の算定には適用できないケースである。）また「txe-wre」の大きさ (c 欄) は 0.2 前後で大きい。

4-5-2 γ と弾性値

2-1 表と 2-2 表は γ と弾性値との関係を見たものである。4-1 で述べたように、 $\gamma > 0$ が大きくなるほど、「txe-wre」は縮小している (c 欄)。

契約曲線の形状は、2-1 表 ($\eta = -0.5$) ではいずれも屈曲型である。下方から左上がりに上昇して、交点付近で反転して右上がりに転じる。（なお 2-1 表に掲載されている wre の数値は右上がり領域の推計結果のみである。）2-2 表 ($\eta = -1.5$) の三ケースはともに契約曲線は右下がり型で、wre はいずれもマイナスである。

4-5-3 C (固定費) と弾性値

固定費の上昇は需要曲線を上方へシフトさせる。従って供給曲線が右上がりのとき ($\eta > -1$)、交点の座標は右上方へ移動して、契約曲線は右方へシフトする (3-1 表, (e) 欄)。これに対し、供給曲線が左上がりのとき ($\eta < -1$) は逆になり、交点の座標は左上方へ移動して、契約曲線は左方へシフトする (3-2 表, (e) 欄)。

契約曲線の形状はこれまでと同じで、3-1 表 ($\eta = -0.5$) ではすべて屈曲型である。一方、3-2 表 ($\eta = -1.5$) ではすべて右下がり型である。賃金弾性値 (wre) は 3-1 表ではすべてプラスであるが、これは屈曲の右上がりの領域の推計による。3-2 表では wre はすべてマイナスである。4-1 で述べたように、 $C \uparrow \rightarrow$ 「txe-wre」 $\uparrow$ が予想されたが、(c) 欄を見ると C の変化は大きな影響は与えないように思われる。

4-5-4 ρ と弾性値

4-1 表、4-2 表は、 ρ の変化と弾性値の関係をみたものである。 ρ は労働者数 L と労働時間 h の代替の弾力性 ($\sigma = 1/(\rho+1)$) を表すパラメーターである。例えば一行は $\rho = 0.01$ で $\sigma = 1/1.01$ となる。労働時間需要曲線は ρ が小さいほど上方にシフトする。それ故 4-1 表では、三曲線の交点は ρ が小さいほど、供給曲線が右上がりなので右上方に移動する。(e 欄)

契約曲線の形状は 4-1 表 ($\eta = -0.5$) では「屈曲型」である。wre と txe の推計値は右上がりの領域について行ったものであるが、wre とマーシャル弾性値 (f 欄) との間には 0.1 ほどの開がある。そして (c) 欄を見ると、「txe-wre」の大きさは 0.06~0.08 である。4-2 表 ($\eta = -1.5$) では契約曲線は「右下がり型」で、wre はすべてマイナスである。(c) 欄を見ると、「txe-wre」は 0.078~0.099 である。

V. 要約

労働時間供給曲線の粗弾性値 (マーシャル弾性値) を用いて、最適所得税率を推計する算式が Saez (2001) によって提示された。そして Keane (2011) はこれに依拠した労働時間供給曲線のサーヴェイを行っている。しかしこの試みは二つの問題点を抱えている。一つは Pencavel (2016) が指摘したように、労働時間供給曲線の推計において識別問題がまだ解決されていないことで、これは推計された弾性値の信頼性を損なうものである。もう一つは「マーシャル弾性値 = 租税弾性値」の等式を用いる根拠が必ずしも明確でないことである。

本稿は Pencavel (ibid.) の示唆に応じて、「労働時間の契約曲線モデル」を提示し、それを用いてシミュレーション分析を行った。その結果、労働時間供給曲線の弾性値を最適所得税率の推計に用いることには、幾つかの問題点があることを指摘した。

本稿で提示した「契約曲線モデル」からは以下のような含意を得た。

(1) 労働時間の市場均衡は「契約曲線」上の一点で、労働者数の需給が均衡する点になる。すなわち、市場均衡

点は一般に、労働時間供給曲線上には無い。これは供給曲線の推計に対して新たな問題を提起するものである。

(2) 契約曲線モデルでは、労働時間の需要曲線と供給曲線の交点を、契約曲線が通過する。

(3) シミュレーション結果では、契約曲線の賃金率弾性値 (wre) と供給曲線のマーシャル弾性値とは全く数値が異なる。

(4) シミュレーション結果では、契約曲線の wre と租税弾性値 (txe) との差は 0.05 以上あり、wre=txe の関係を利用するには注意が必要である。

(5) 契約曲線の形状は「屈曲型」と「右下がり型」の二つに大別される。屈曲型が起こるのは、供給曲線のマーシャル弾性値が正の場合である。このとき契約曲線の wre の符号は正、負、ゼロいずれも有りえる。「右下がり型」が起きるのは、供給曲線のマーシャル弾性値が負の場合であり、このとき契約曲線の wre は常にマイナスになる。

参考文献

Henderson James M. and Quandt Richard E. (1980), *Microeconomic Theory, A mathematical approach*, third edition, McGraw-Hill Book Company, New York.

Keane, Michael P. (2011), "Labor supply and taxes: a survey", *Journal of Economic Literature* 59(4), 96-1075.

Kinoshita Tomio (1984), "Working hours and hedonic wages in the market equilibrium, *Journal of Political Economy*, 95(6), 1266-77.

Kinoshita Tomio (2023), "How are working hours and wage earnings determined?" A theoretical and empirical study," *Journal of Quantitative Finance and Economics*, vol. 5-(1), 185-200.

Kosters, Marvin H. (1966) "Income and substitution effects in a family labor supply model", P-3339, The Rand Corporation, December.

Lewis, H. Gregg (1969) "Employer interests in employee hours of work," Mimeo-graphed, Santiago: Catholic Univ. Chile.

Mirrlees, J. (1971) "An exploration in the theory of income taxation", *Review of Economic Studies*, 38:135-208.

Pencavel, John (1986) "Labor supply of men: a survey" in O. Ashenfelter and R. Layard, eds., *Handbook of Labor Economics Volume 1*, North-Holland, Amsterdam, 3-102.

Pencavel, John (2015) "Whose preference are revealed in hours of work? " IZA DP No, 9182.

Saez, Emmanuel (2001) "Using elasticities to derive optimal income tax rates", *Review of Economic Studies*, 68, 205-229.

Saez, Emmanuel, Joel Slemrod, and Seth Giertz (2012), "The elasticity of taxable income with respect to marginal tax rates", *Journal of Economic Literature* 50(1), 3-50.

1-1 表 η と弾性値 ($\gamma=1.2, C=5, \rho=0.3$)

η	(a) 契約曲線の 賃金弾性値 (wre)	(b) 契約曲線の 租税弾性値 (txe)	(c) (b-a)	(d) 推計区間	(e) 三曲線の 交点の座標	(f) 供給曲線の 粗賃金弾性値	(g) 契約曲線の形状
(1) -0.1	0.423 (0.055)	0.500 (0.020)	0.077 (0.035)	h:20~34 E:12.2~75.1 N=15	h=14.96 E=1.674	0.692	屈曲型の契約曲線。 (1), (2) 行の推計は右上がりの領域による。 (3), (4), (5) 行の推計は、上段は右上がりの領域により、下段は右下がりの領域による。
(2) -0.3	0.273 (0.085)	0.347 (0.024)	0.074 (0.061)	h:15~29 E:4.00~135.7 N=15	h=14.78 E=1.685	0.467	
(3) -0.5	0.202 (0.052)	0.234 (0.011)	0.032 (0.041)	h:14~28 E:8.49~743.7 N=15	h=14.58 E=1.697	0.294	
	-0.020 (0.056)	0.190 (0.011)	0.210 (0.045)	h:15.5~14.0 E:8.0~1.0 N=8			
(4) -0.7	0.115 (0.016)	0.130 (0.002)	0.015 (0.014)	h:13~17 E:50.28~673.2 N=5	h=14.37 E=1.710	0.158	
	-0.162 (0.032)	0.098 (0.004)	0.260 (0.029)	h:13~19 E:3.417~0.4556 N=7			
(5) -0.9	0.036 (0.008)	0.040 (0.000)	0.004 (0.008)	h:10~13 E:122.7~160.69 N=4	h=14.14 E=1.724	0.048	
	-0.168 (0.083)	0.033 (0.003)	0.193 (0.080)	h:10~17 E:122.7~0.876 N=8			

注 (1) パラメーターの値は、 $\alpha=0.6$, $q/A=1.5$, $T=60$, $\tau=0.3$ と設定した。

(2) マーシャル弾性値は $(1+\eta)/(\gamma-\eta)$ による。

(3) a, b, c 欄の下段の括弧内は標準偏差である。また d 欄の N はサンプル数である。

1-2表 η と弾性値 ($\gamma=1.0, C=5, \rho=0.3$)

η	(a) 契約曲線の 賃金弾性値 (wre)	(b) 契約曲線の 租税弾性値 (txe)	(c) (b-a)	(d) 推計区間	(e) 三曲線の 交点の座標	(f) 供給曲線の 粗賃金弾性値	(g) 契約曲線の形状
(1) -1.1	-0.241 (0.051)	-0.032 (0.002)	0.209 (0.053)	h:10~24 E:16.27~0.7481 N=15	h=18.2 E=1.522	-0.048	契約曲線は「右 下がり型」.
(2) -1.3	-0.295 (0.031)	-0.089 (0.004)	0.206 (0.035)	h:10~24 E:7.739~0.8361 N=15	h=18.07 E=1.528	-0.130	
(3) -1.5	-0.339 (0.022)	-0.139 (0.0041)	0.199 (0.0261)	h:10~24 E:5.216~0.9051 N=15	h=17.94 E=1.532	-0.200	
(4) -1.7	-0.376 (0.016)	-0.184 (0.004)	0.191 (0.020)	h:10~24 E:4.215~0.9602 N=15	h=17.79 E=1.538	-0.259	
(5) -1.9	-0.408 (0.013)	-0.225 (0.004)	0.183 (0.017)	h:10~24 E:3.635~1.005 N=15	h=17.62 E=1.546	-0.310	

注 (1) パラメーターの値は、 $\alpha=0.6$, $q/A=1.5$, $T=60$, $\tau=0.3$ と設定した.

(2) マーシャル弾性値は $(1+\eta)/(\gamma-\eta)$ による.

(3) a, b, c 欄の下段の括弧内は標準偏差である.

2-1表 γ と弾性値 ($\eta=-0.5, C=5, \rho=0.3$)

γ	(a) 契約曲線の 賃金弾性値 (wre)	(b) 契約曲線の 租税弾性値 (txe)	(c) (b-a)	(d) 推計区間	(e) 三曲線の 交点の座標	(f) 供給曲線の 粗賃金弾性値	(g) 契約曲線の形状
(1) 0.7	0.204 (0.054)	0.293 (0.013)	0.088 (0.041)	h:27~37 E:10.88~65.33 N=10	h=29.13 E=1.224	0.417	屈曲型の契約曲 線. 交点の下方 は右下がり. 交 点より上方にゆ くに従い反転し て右上がりにな る. 推計は右上 がりの領域によ る.
(2) 1.0	0.202 (0.048)	0.254 (0.010)	0.052 (0.037)	h:18~27 E:12.61~157.27 N=10	h=18.51 E=1.509	0.333	
(3) 1.3	0.174 (0.046)	0.220 (0.009)	0.045 (0.037)	h:13~19 E:12.42~175.78 N=7	h=13.13 E=1.791	0.278	

注 (1) パラメーターの値は、 $\alpha=0.6$, $q/A=1.5$, $T=60$, $\tau=0.3$ と設定した.

(2) マーシャル弾性値は $(1+\eta)/(\gamma-\eta)$ による.

(3) a, b, c 欄の下段の括弧内は標準偏差である. また d 欄の N はサンプル数.

2-2表 γ と弾性値 ($\eta=-1.5, C=5, \rho=0.3$)

γ	(a) 契約曲線の 賃金弾性値 (wre)	(b) 契約曲線の 租税弾性値 (txe)	(c) (b-a)	(d) 推計区間	(e) 三曲線の 交点の座標	(f) 供給曲線の 粗賃金弾性値	(g) 契約曲線の形状
(1) 0.7	-0.367 (0.015)	-0.153 (0.003)	0.213 (0.018)	h:16~30 E:3.941~1.315 N=15	h=32.34 E=1.168	-0.227	契約曲線は「右 下がり型」.
(2) 1.0	-0.339 (0.022)	-0.139 (0.004)	0.199 (0.026)	h:10~24 E:5.216~0.9051 N=15	h=17.94 E=1.532	-0.200	
(3) 1.3	-0.299 (0.042)	-0.130 (0.007)	0.169 (0.050)	h:5~19 E:21.82~0.7100 N=15	h=11.75 E=1.898	-0.179	

注 (1) パラメーターの値は、 $\alpha=0.6$, $q/A=1.5$, $T=60$, $\tau=0.3$ と設定した.

(2) マーシャル弾性値は $(1+\eta)/(\gamma-\eta)$ による.

(3) a, b, c 欄の下段の括弧内は標準偏差である.

3-1 表 C と弾性値 ($\eta = -0.5$, $\gamma = 1.2$, $\rho = 0.3$)

	(a) 契約曲線の 賃金弾性値 (wre)	(b) 契約曲線の 租税弾性値 (txe)	(c) (b-a)	(d) 推計区間	(e) 三曲線の 交点の座標	(f) 供給曲線の 粗賃金弾性値	(g) 契約曲線の形状
(1) 5	0.174 (0.058)	0.228 (0.012)	0.054 (0.047)	h:14~21 E:8.489~162.3 N=8	h=14.58 E=1.697	0.294	屈曲型の契約曲線。推計は上部の右上がりの領域による。
(2) 10	0.161 (0.058)	0.226 (0.011)	0.065 (0.046)	h:16~22 E:16.62~198.5 N=7	h=16.80 E=3.164	0.294	
(3) 20	0.166 (0.039)	0.227 (0.008)	0.061 (0.031)	h:19~24 E:56.04~300.86 N=6	h=19.36 E=5.908	0.294	
(4) 40	0.132 (0.050)	0.221 (0.010)	0.069 (0.040)	h:21~25 E:69.47~337.09 N=5	h=22.32 E=11.05	0.294	

注 (1) パラメーターの値は, $\alpha=0.6$, $q/A=1.5$, $T=60$, $\tau=0.3$ と設定した。
 (2) マーシャル弾性値は $(1+\eta)/(\gamma-\eta)$ による。
 (3) a, b, c 欄の下段の括弧内は標準偏差である。また d 欄の N はサンプル数。

3-2 表 C と弾性値 ($\eta = -1.5$, $\gamma = 1.2$, $\rho = 0.3$)

	(a) 契約曲線の 賃金弾性値 (wre)	(b) 契約曲線の 租税弾性値 (txe)	(c) (b-a)	(d) 推計区間	(e) 三曲線の 交点の座標	(f) 供給曲線の 粗賃金弾性値	(g) 契約曲線の形状
(1) 5	-0.305 (0.029)	-0.135 (0.005)	0.170 (0.034)	h:7~16 E=8.608~1.229 N=10	h=13.35 E=1.775	-0.185	契約曲線は「右下がり型」。
(2) 10	-0.295 (0.039)	-0.136 (0.007)	0.159 (0.046)	h:5~14 E=33.57~2.453 N=10	h=11.16 E=3.899	-0.185	
(3) 20	-0.307 (0.034)	-0.134 (0.006)	0.174 (0.040)	h:5~14 E=42.86~3.776 N=10	h=9.323 E=8.602	-0.152	
(4) 40	-0.306 (0.040)	-0.134 (0.007)	0.172 (0.047)	h:4~13 E=116.7~6.729 N=10	h=7.779 E=19.081	-0.185	

注 (1) パラメーターの値は, $\alpha=0.6$, $q/A=1.5$, $T=60$, $\tau=0.3$ と設定した。
 (2) マーシャル弾性値は $(1+\eta)/(\gamma-\eta)$ による。
 (3) a, b, c 欄の下段の括弧内は標準偏差である。

4-1 表 ρ と弾性値 ($\eta = -0.5$, $\gamma = 1.2$, $C = 5$)

	(a) 契約曲線の ρ 賃金弾性値 (wre)	(b) 契約曲線の 租税弾性値 (txe)	(c) (b-a)	(d) 推計区間	(e) 三曲線の 交点の座標	(f) 供給曲線の 粗賃金弾性値	(g) 契約曲線の形状
(1) 0.01 ($\sigma=1/1.01$)	0.189 (0.066)	0.268 (0.015)	0.079 (0.051)	h:21~30 E:7.343~90.56 N=10	h=21.2 E=8.817	0.294	屈曲型の契約曲線。推計は上部の右上がりの領域による。
(2) 0.1 ($\sigma=1/1.1$)	0.174 (0.064)	0.250 (0.014)	0.076 (0.050)	h:18~25 E:7.542~87.02 N=8	h=17.87 E=4.156	0.294	
(3) 0.2 ($\sigma=1/1.2$)	0.168 (0.051)	0.237 (0.010)	0.069 (0.040)	h:16~21 E:10.91~78.29 N=6	h=15.91 E=2.489	0.294	
(4) 0.3 ($\sigma=1/1.3$)	0.167 (0.059)	0.227 (0.012)	0.060 (0.047)	h:14~20 E:8.489~124.08 N=7	h=14.58 E=1.697	0.294	

注 (1) パラメーターの値は, $\alpha=0.6$, $q/A=1.5$, $T=60$, $\tau=0.3$ と設定した。
 (2) マーシャル弾性値は $(1+\eta)/(\gamma-\eta)$ による。
 (3) $\sigma=1/(1+\rho)$ は労働者数 (L) と労働時間 (h) との間の代替の弾性値。
 (4) a, b, c 欄の下段の括弧内は標準偏差である。また d 欄の N はサンプル数。

4-2 表 ρ と弾性値 ($\eta = -1.5$, $\gamma = 1.2$, $C = 5$)

	(a) 契約曲線の ρ 賃金弾性値 (wre)	(b) 契約曲線の 租税弾性値 (txe)	(c) (b-a)	(d) 推計区間	(e) 三曲線の 交点の座標	(f) 供給曲線の 粗賃金弾性値	(g) 契約曲線の形状
(1) 0.01 ($\sigma=1/1.01$)	-0.248 (0.040)	-0.170 (0.009)	0.078 (0.049)	h:4~11 E:162.75~5.900 N=8	h=9.191 E=9.162	-0.185	契約曲線は「右下がり型」。
(2) 0.1 ($\sigma=1/1.1$)	-0.256 (0.046)	-0.158 (0.010)	0.098 (0.056)	h:4~12 E:124.7~3.666 N=9	h=10.64 E=4.802	-0.185	
(3) 0.2 ($\sigma=1/1.2$)	-0.250 (0.046)	-0.151 (0.009)	0.099 (0.055)	h:4~11 E:94.68~3.408 N=8	h=12.04 E=2.791	-0.185	
(4) 0.3 ($\sigma=1/1.3$)	-0.244 (0.045)	-0.145 (0.008)	0.099 (0.053)	h:4~10 E:73.26~3.356 N=7	h=13.35 E=1.775	-0.185	

注 (1) パラメーターの値は, $\alpha=0.6$, $q/A=1.5$, $T=60$, $\tau=0.3$ と設定した。
 (2) マーシャル弾性値は $(1+\eta)/(\gamma-\eta)$ による。
 (3) $\sigma=1/(1+\rho)$ は労働者数 (L) と労働時間 (h) との間の代替の弾性値。
 (4) a, b, c 欄の下段の括弧内は標準偏差である。