

デミング回帰分析を用いた「労働時間の賃金率弾性値」推計(*)

木下 富夫^a

要 旨

本稿には二つの目的がある。第一は「労働時間の契約モデル」を提示すること、そして第二は、そのモデルに基づいて「労働時間の賃金率弾性値」を推計することである。

前者は、労働時間に関する市場均衡モデルである。ここでは市場均衡点が「労働時間供給曲線」と「労働時間需要曲線」との交点においてではなく、その交点を通過する「契約曲線」上に位置することが示される。そして労働時間供給の弾性値は、「契約曲線」の賃金率弾性値になることを説明する。

後者は、提示された契約モデルに基づいた実証分析（労働時間弾性値の推計）である。まず「契約曲線」を推計し、そしてそれから労働時間の賃金率弾性値を求める。データには「賃金構造基本統計調査（厚生労働省）」を用い、推計にはデミング回帰分析を用いた。労働時間弾性値の推計結果は、概ね $-0.13 \sim -0.24$ の範囲に納まるものであった。弾性値の推計結果が負であることの含意として、労働所得への税率増が、労働時間を減少させることはないと考えられる。

JEL Code : J22

キーワード：労働時間、賃金弾性値、契約曲線、使用者-雇用者マッチングデータ、デミング回帰分析。

1. 序論

労働時間供給の賃金率弾性値（以下、労働時間弾性値という）は、財政政策上からも極めて重要な数値である。なぜなら賃金所得への税率を変化させたとき、税収がどのように変化するかを予測するには、労働時間弾性値が不可欠だからである。ところが奇妙なことに、その大きさに対するコンセンサスは未だに得られていない。Keane (2011), Bargain and Peichl (2013) らのサーベイによれば、推計された弾性値は $+0.2$ から -0.2 の広い範囲に分散しており、その大きさについてコンセンサスがなると結論づけている。これに対してBorjas (2016, p.45) は、その推計値が広い範囲に分散していることを認めつつも、その妥当な数値は -0.1 の近傍であろうと述べている。⁽¹⁾

このようにコンセンサスの無い状況について、Pencavel (2016) は批判的レビューを著している。彼の主張は、労働時間供給曲線が正確に推計されておらず、その原因は識別問題 (identification problem) が適切に処理されていないからであるという。識別問題について、彼はつとにPencavel (1986) においてその重要性を指

摘していた。しかしながら今に至るも、それは解決されてこなかったというのである。

さて本稿の目的は二つある。一つは、労働時間の賃金弾性値を推計することであり、もう一つは、推計の基礎になる「労働時間の契約モデル」を提示することである。筆者の考えでは、「労働時間供給曲線」の理論にはある問題点が内在しており、それに基づく労働時間弾性値の推計は困難だと考えている。そして「契約モデル」に基づく推計が、より有効であろうと考えている。

本稿の構成は以下のようになっている。2節ではPencavel (2016) を紹介しながら、労働時間供給曲線の理論と労働時間弾性値の推計における問題点を整理する。同論文は通史的なレビューで、きわめて示唆に富むものである。3節では「労働時間の契約モデル」を提示する。これはLewis (1969) とPencavel (2016) の総合 (synthesis) を試みたものと言える。4節では、賃金構造基本統計調査（厚生労働省）を用いて、労働時間弾性値の推計を試みる。推計には「デミング回帰分析」が用いられる。5節は要約である。

(*)本稿の作成に際して、ジョン ペンケイヴァル教授（スタンフォード大学）(John Pencavel, Stanford university) から多くの有益なコメントを頂きました。心から感謝申し上げます。

a 武蔵大学経済学部 名誉教授

(1) 労働時間供給曲線に関しては多数のサーヴェイ論文があるが、以下のものを参照されたい。Heckman and MaCurdy (1980), Killingsworth (1983), Pencavel (1986), Keane (2011), Bargain and Peichl (2013)。

2. Pencavel (2016) による批判的通史

本節では、ペンケイヴァルによる批判的通史を紹介しながら、それにそって問題点を整理する。今日なお、「労働時間弾性値」についてコンセンサスが得られていないが、この原因は一体那邊にあるのか。そして如何なる改善策がとられるべきであろうか。

問題点を理論と実証の二つにわけて考えよう。すると、真の労働時間弾性値を得るためには、適切な「理論モデル(仮説)」にもとづき、そして適切な「推計方法」が採られねばならない。ペンケイヴァルの論点は主として後者(推計問題)にウエイトがおかれ、そして識別問題(identification problem)がその中心になっている。

2-1 Lewis (1957) に始まる「労働時間供給曲線のモデル」

Lewis (1957) で展開されたモデル(労働時間供給曲線の理論)は、今日なお大きな影響力を持ち続けている、とペンケイヴァルはいう。そのモデル仮説は、“与えられた賃金率のもとで、労働者が労働時間を決定し、それを使用者(企業)は受け入れる”というものである。使用者が労働時間の決定に影響を与えないというこの仮説は、一見すると現実に反するように見える。

しかしルイスの分析対象は時系列データ(製造業における40年間(1890~1930))であったことに留意すべきである。その時系列データは労働時間の減少と賃金率上昇との組み合わせであったが、この散布図にあてはめた回帰式は極めて有意なものであった(両対数式による推計で、労働時間の賃金率弾性値は-0.269、その標準誤差は0.016)。ルイスはこの回帰式が「労働時間供給曲線」を表していると考えた。なぜなら労働者の効用関数(したがって労働時間供給曲線)は40年間にわたって大きくは変化していないと考えたからである。一方、企業の生産関数については $F(L_t)$ と仮定したが(労働投入量はマンアワーで計測される)、これは企業が労働時間(t)の長さについて無差別(indifferent)であることを意味した。なぜなら、労働時間(t)が10%短い労働者を雇用した場合、雇用者数(L)を10%増やせば、(時給が一定であれば)企業にとって労働コストは同一だからである。そしてルイスは主要な結論として、“労働時間供給曲線の賃金弾性値がマイナスであることから、賃金率変化の所得効果は負で、それは代替効果を上回っている”と結論づけたのであった。

Lewis (1957) の手法は、Koster (1966) によってクロスセクション・データに適用された(コスターはシカゴ大学におけるルイスの指導学生であった)。既婚男性8,467名のデータによる推計式は以下のようであった。

(ここでtは週労働時間、wは時給、そしてyは非労働所得である。また下段括弧内は標準誤差)

$$\log(t) = \dots\dots\dots -0.043\log(w) - 0.010\log(y) \\ (0.009) \quad (0.011)$$

粗賃銀弾性値は-0.043で有意であり、これはLewis (1957) の結果と同じく所得効果(負)が代替効果を上回っていると解釈された。一方、所得効果については(係数の大きさ-0.010、標準誤差0.011)有意な推計結果ではなかった。しかし総合的にみて、Lewis (1957) の手法はクロスセクション・データ分析にも有効であるとされ、それ以降の標準モデル(standard model)として定着することになった。しかしクロスセクション・データへの適用に際して、識別問題が十分に考慮されなかったことは大きな問題であった。

2-2 「労働時間供給曲線の標準モデル」の問題点… 識別問題

「標準モデル」に基づいた諸推計について、Pencavel (2016) は以下のように批判している。「時給(hourly earnings)と労働時間(working hours)との関係式について、それは労働者の選好を表している(企業の選好は入っていない)と解釈するのが、今日では通例になっている。この慣習はLewis (1957) 以来のものであり、半世紀以上の長きにわたって続いている。しかし残念ながら、ここにはミクロ経済学の基本である識別問題(identification problem)が看過されている。この結果、労働時間供給曲線を推計した論文には、その価値に疑問を持たざるを得ないものが少なくない。」このように述べたうえで、彼が期待するのは「供給曲線と需要曲線の識別問題を適切に処理した論文」である。彼によれば、これまで識別問題をしっかり踏まえた論文はRosen (1969) やFeldstein (1967) などごくわずかで、しかもAbbott and Ashenfelter (1976) 以降には皆無であるという。

Pencavel (2016) の提言は要するに、推計作業において「労働時間供給曲線と労働時間需要曲線の識別を行う」ことが肝要であるというものであった。この提言は推計作業(実証分析)に関するものであるが、それでは、彼の想定する理論モデルはどのようなものであったろうか。これについて彼は詳述していないが、「労働時間の決定は、(労働者の)供給曲線と(企業の)需要曲線の交点で決定される」というものであると思われる。これはミクロ経済学の自然な援用で、自明のこととして、彼は多くの言を加えなかったのであろう。

2-3 Lewis (1969) …新しい理論モデルの提案

Lewis (1969) は労働時間の決定モデルとして、Lewis (1957) とは全く異なる新しい理論モデルを展開した。本論文のタイトルは「使用者（企業）は労働時間の長さに関心を持つだろうか」というものである。ルイスは“使用者が労働時間の長さに無差別ではない”と考え、前論文とは全く異なるモデルを提示したのであった。この論文は当初スペイン語で書かれ、学会誌には掲載されなかったものの、その後現在に至るまで回覧され続けているという異色の論文である。

雇い主が労働時間の長さに関心をもつ理由として、ルイスは Oi (1962) や Becker (1964) の強調する“労働の準固定的費用 (quasi fixed labor cost)”をあげる。準固定的費用が存在するとき、労働時間が長いほど1時間あたりの労働コストは低下するからである。いま“一人あたりの労働コスト”を C 、賃金率 w 、労働時間 t 、そして一人あたりの準固定的費用を v とすれば次式のような関係になる： $C=wt+v$ 。したがって“一人一時間あたりの労働コスト”は $C/t=w+v/t$ になり、それは労働時間 (t) が長くなるほど低下する。それゆえ企業はより長い労働時間を望むようになるはずである。すると、労働時間の長さに関係なく賃金率が一定であるという仮定では、モデル体系が矛盾したものになってしまう。この解決策としてルイスが考えたのは、市場の均衡賃金率が労働時間の関数となる $w=w(t)$ ($w'(t)>0$) という仮定であった。このように仮定すれば、労働者と企業の主体的均衡を同時に矛盾なく説明できたのである。そしてこの関数 $w(t)$ をルイスは、“market equalizing wage curve (MEWC, 市場均等化賃金曲線)”と名づけた。

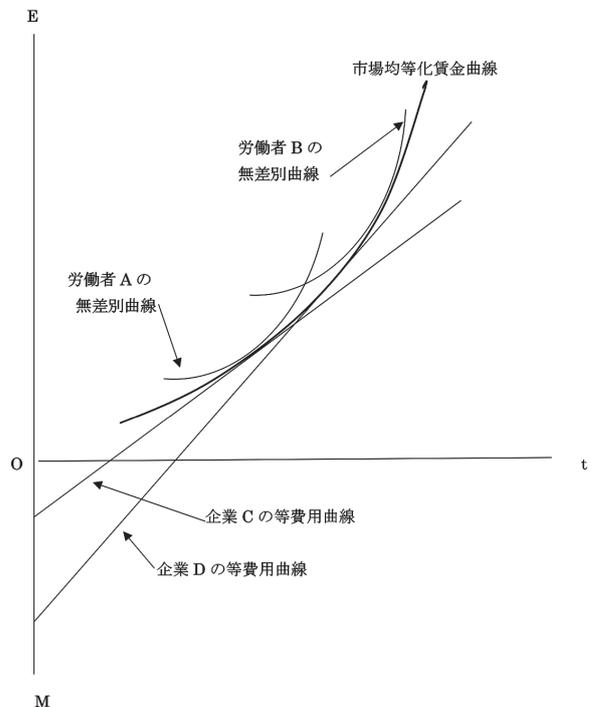
MEWC という概念を用いた、ルイスの描く市場均衡は1図のようになる。ある労働市場を考え、ここでは労働者の質は皆同じであるとする。ただし各労働者の労働時間に関する選好（効用関数）は異なっており、また各企業の準固定的費用の大きさも異なっている。そしてMEWCが個々の労働者と企業にとって制約条件になる。例えばA労働者の均衡点はその労働者の無差別曲線（ルイスのいう employee equalizing wage curve）とMEWCの接点になる。またC企業の均衡点は、その企業の等費用曲線（ルイスのいう employer equalizing wage curve）とMEWCとの接点になる。

さて等費用曲線は、 t - E 平面では直線になることが容易にわかる。一時間あたりの労働コストが一定 (k) であるとする $k=C/t=w+v/t$ であり、 $kt=wt+v$ となる。そして一人あたりの賃金所得は $E=wt$ であるから、等費用曲線は $E=kt-v$ となり、これとMEWCとの接点が企業の均衡点となる。等費用曲線は $(0, -v)$ を通過

する直線であるから、 v が大きくなるほどその企業の均衡労働時間は長くなるのが分かる。（1図）

このような労働市場では、そのデータ（均衡点）の散布図はMEWCとなって現れるが、この形状はどのようなものになるであろうか。いま $w(t)$ が市場均衡を満たすためには、それぞれの労働時間 (t) において労働者数の需給が均衡しなければならない。言いかえれば、各労働時間 (t) における労働者数の需給がMEWCの形状を決めることになる。とすればその形状には、労働時間供給曲線や労働時間需要曲線に関する情報は含まれないことになる。結局、MEWCに関するデータからは、労働時間供給曲線（そして、その弾性値）に関する情報は得られないことになる。Lewis (1969) の分析はここで終わっている。

1図 市場均等化賃金曲線 (MEWC)



2-4 「労働時間供給曲線のモデル」から「労働時間の契約モデル」へ

Pencavel (2016) の問題提起は、労働時間供給曲線の推計において、識別条件を適切に処理すべきことが肝要であるというものであった。またその労働時間の決定モデルは、労働時間が供給曲線と需要曲線の交点で決まるというものであった。ただしこの理論モデルの問題点は、「労働者数の需給均衡」がモデル体系に組み込まれていないことであろう。つまり「労働時間の需給均衡」と「労働者数の需給均衡」が同時に達成されるようなモデル体系になっていないのである。

上記の問題は後述するように、Lewis (1969) を発展させた「労働時間の契約モデル」では解決できる。そして契約モデルを基にした実証分析が実りあるものか否かは、今後の研究にゆだねられるであろう。次節では「労働時間の契約モデル」を提示する。

3. 「労働時間の契約モデル」(Contract model of working hours)

本節では「労働時間の契約モデル」を提示する。このモデルでは、労働時間の市場均衡点は契約曲線上に位置すること、そして労働時間の供給曲線と需要曲線の交点は市場均衡点にはならないことを示す。(2)

3-1 モデルの前提条件

モデルの前提条件として以下の仮定をおく。

1. 労働時間は労働者（雇用人）と企業（使用者）との契約によって決まる。
2. すべての労働者は同一の効用関数 $U(E, t)$ をもつ。ここで E は賃金所得、 t は労働時間である。 $U(E, t)$ は準凹関数で $U_E > 0$, $U_t < 0$ とする。
3. 企業の生産関数は $AF(L, t)$ で表される。ここで L は労働者数、 A は全要素生産性 (total factor productivity) である。資本ストックは一定であると仮定する。

3-2 労働時間供給曲線と労働時間需要曲線

本節では労働時間の供給曲線と需要曲線を導出する。モデルを簡単にするために、無差別曲線と等利潤曲線の具体例を用いるが、これはモデルの本質を変えないであろう。

3-2-1 労働時間供給曲線の導出

労働者は (1) 式のような無差別曲線をもっていると仮定する。

$$U(E, t) = E - \alpha(t + \beta)^2 \quad (1)$$

ここで α と β はパラメーターで正值とする ($\alpha > 0$, $\beta > 0$)。すると労働者の効用最大化はつぎのように定式化される。

$$\text{Max } U(E, t) = E - \alpha(t + \beta)^2 \quad \text{st. } E = wt,$$

ここで w は時給 (wage rate) である。最大化のための一次条件は $dU/dt = w - 2\alpha(t + \beta) = 0$ である。これから労働時間需要曲線 $w = 2\alpha(t + \beta)$ が導かれる。そして両辺に t を掛けると、(2) 式のように t - E 平面における労働時間供給曲線が得られる。

$$E = 2\alpha(t^2 + \beta t) \quad (2)$$

3-2-2 労働時間需要曲線の導出

はじめに (3) 式のような等利潤曲線 (isoprofit curves) が生産関数から導かれると仮定する。(3)

$$k = t - \gamma(E + \delta)^2 \quad (3)$$

ここで k は利潤の水準を表す。また γ, δ はパラメーターで正值とする ($\gamma > 0$, $\delta > 0$)。労働時間の需要曲線は企業の利潤最大化行動から導かれるが、それは次式のように定式化される。

$$\text{Max } k = t - \gamma(E + \delta)^2 \quad \text{st. } E = wt.$$

一次条件は $dk/dt = 1 - 2\gamma w(wt + \delta) = 0$ となり、これから労働時間の需要曲線 $1 = 2\gamma w(wt + \delta)$ が導かれる。そして両辺に t を掛けると、(4) 式のように t - E 平面における労働時間需要曲線が導かれる。

$$t = 2\gamma(E^2 + \delta E) \quad (4)$$

2図には、労働時間の供給曲線と需要曲線が描かれている。二つの曲線はともに放物線で、 Q 点で交わっている。 Q 点での賃金率は $\angle QOM$ であり、このとき労働者と企業の希望する労働時間は等しく OM となる。

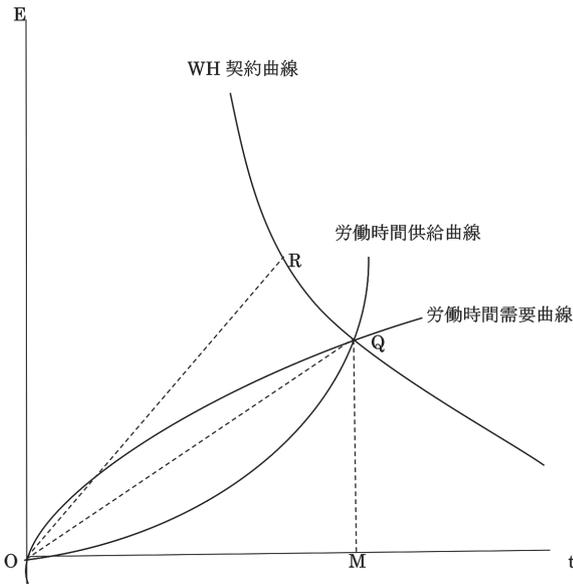
3-3 市場均衡

市場均衡は、点 Q (需給両曲線の交点) で実現するであろうか。市場均衡のためにはもう一つの条件が必要であり、それはその賃金率で労働者数の需給が一致することである (Rosen 1969, p.261)。もし超過需要 (超過供給) があれば、賃金率が上昇 (下落) するから、均衡点は契

(2) 本節で展開する「契約モデル」は、以下の三論文の総合 (synthesis) を試みたものともいえる。Lewis (1969), Rosen (1974), Pencavel (2016)。

(3) 等利潤曲線は、以下のような手順で生産関数から導かれる。ある企業の生産関数を $AF(L, t)$ とし、またその産出物の価格を 1 とする。するとその利潤は $\pi(L, t) = AF(L, t) - L\{E(t) + C\}$ と表せる。ここで $E(t)$ は一人当たりの賃金、 C は準固定費である。等利潤曲線上では $\pi_L = \pi_t = 0$ なので、以下の二式が導かれる： $\pi_L = AF_L(L, t) - \{E(t) + C\} = 0$, $\pi_t = AF_t(L, t) - LdE(t)/dt = 0$ 。両式をあわせると $\{dE(t)/dt\} / \{E(t) + C\} = (1/L) \{F_t(L, t)/F_L(L, t)\}$ が得られる。この微分方程式の解 $E = E(t)$ が等利潤曲線である。例えば $F(t, L) = L^\alpha t^\beta$ のとき、等利潤曲線の式は $E + C = kt^{(\alpha/\beta)}$ となる。ここで k は積分定数で、利潤の水準を表す。より詳細については Kinoshita (1987) を参照。

2 図 労働時間の市場均衡



約曲線（無差別曲線と等利潤曲線の接点の軌跡）にそって上昇（下落）しなければならない（2 図）。

いま契約曲線上のある一点 R（その賃金率は $\angle ROM$ ）において、労働者数の需給が一致するとしよう。するとそこで市場均衡が成立することになる（点 R ではパレート最適になっている）。以上から次のような結論が導かれる。“市場均衡は労働時間に関する需要曲線と供給曲線の交点 Q においては成立せず、契約曲線上のある一点でしかも労働者数の需給が均衡する点において達成される。”この契約曲線を本稿では「賃金-労働時間契約曲線（WH 契約曲線）」と呼ぶことにする（ただし誤解のおそれが無いときは、単に契約曲線とする）。契約曲線の式は、前節の数値例では（5）式のようにあらわされる。契約曲線が Q 点を通過することが容易に分かる。(4)

$$4\alpha\gamma(t+\beta)(E+\delta)=1 \quad (5)$$

3-4 一般的ケースにおける市場均衡

一般的には、市場均衡は（6）と（7）の二式で表すことができる。ここで内生変数は t と E の二変数である。

$$U_t(E,t)/U_E(E,t)=Y_t(E,t)/Y_E(E,t) \quad (6)$$

$$AF_t(L_s, t)=E+C \quad (7)$$

（6）式は WH 契約曲線を一般的な形式で表したものである。ここで $Y(E,t)=k_1$ と $U(E,t)=k_2$ (k_1 と k_2 はパラメーター)

はそれぞれ、代表的企業の等利潤曲線と代表的労働者の無差別曲線である。一方（7）式は労働者市場の均衡式を表している。ここで $AF(L, t)$ は代表的企業の生産関数であり、労働者数の供給 (L_s) は一定であると仮定している。この式は、労働者の限界生産力とその限界費用 ($E+C$) に等しいことを表している。（7）式を LE 曲線と呼べば、市場均衡は契約曲線と LE 曲線の交点になる。

3-5 WH 契約曲線と労働時間の賃金率弾性値

本節では、労働時間の賃金弾性率が、WH 契約曲線にかんする賃金率弾性値であることを示す。

まず二つの企業が同一の生産関数 $AF(L, t)$ をもっていると仮定しよう。ただし A （全要素生産性）の大きさは異なるとする。このとき、これら二つの企業の労働時間需要曲線と WH 契約曲線は同一である。その理由は以下のように簡単である。注（3）で述べたように、生産関数が $AF(L, t)$ であるとき、その等利潤曲線は微分方程式の解 $E(t)$ で表されるが、この微分方程式には A は含まれていない。従って、等利潤曲線の式は $F(L, t)$ の関数型のみから決まってくる（ここで両企業における準固定的費用 C は同一であるとする）。そして、等利潤曲線が同一であれば、労働時間需要関数と WH 契約曲線も同一になる。したがって、両企業の均衡点は同一の WH 契約曲線上にあり、 A （全要素生産性）の大きい企業の均衡点はより上位に位置することになる。

次に、労働時間の賃金率弾性値は、WH 契約曲線にかんする賃金率弾性値であることを示そう。いまある企業の賃金率が上昇したとしよう（原因としては、生産性 A ）の上昇、あるいは労働者供給の減少などが考えられる）。すると均衡点はこの WH 契約曲線にそって上昇するからである。かくして、労働時間の賃金率弾性値を推計するには、まず WH 契約曲線を推計し、次にその賃金率弾性値を求めればよいことになる。

4. 労働時間弾性値の推計

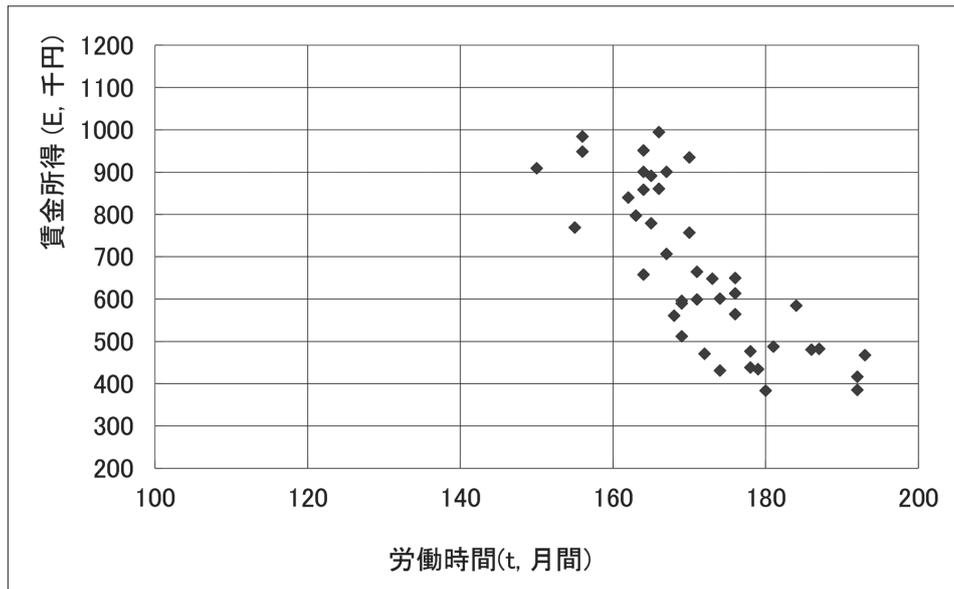
4-1 推計仮説

本節では以下のような仮説をもとに推計を行う。

“もし幾つかの産業が類似した生産関数をもっているとき、これらの産業は同一の労働時間需要曲線と WH 契約曲線をもつ。そしてこれら産業の均衡点は共通の WH 契約曲線上に位置する。したがって、これら産業のデータ（労働時間と賃金所得）から WH 契約曲線を推

(4) WH 契約曲線は、無差別曲線と等利潤曲線の接点の軌跡である。（1）式と（3）式の数値例では契約曲線は以下のように得られる。まず次のようなラグランジュ関数を作る： $\Gamma(E,t,\lambda)=E-\alpha(t+\beta)^2-\lambda\{t-\gamma(E+\delta)^2-k\}$ 。そして一次条件として次の二式が得られる。 $\Gamma_E=1+2\lambda\gamma(E+\delta)=0$ 、 $\Gamma_t=-2\alpha(t+\beta)-\lambda=0$ 。そしてこれら二式から λ を消去すれば（5）式が得られる。

3図 労働時間 (t) と賃金所得 (E) の散布図
(製造業 14 産業, 大卒男子, 50-54 才)



計することができる。”

4-2 データ

用いるデータは、厚生労働省の「賃金構造基本統計調査（以後、基本調査という）」である。この調査は毎年六月に行われる、一種の“使用者-雇用者マッチング・データ (matched employer-employee data)”である。調査は毎年六月に行われ、調査票はランダムに選ばれた使用者（企業）に配布される。これに回答するのは企業なので、労働時間と賃金所得のデータはWH 契約曲線上の均衡点であると見なすことができる。

基本調査（中分類）はおよそ 90 産業に分類され、また企業規模によって三区（雇用者数が 1000 人以上、100～999 人、10～99 人）されている。そして、労働者の属性についても学歴（大学卒、高校卒）、性別（男性、女性）そして年齢（5 才区分）によって分類されている。

基本調査から以下のデータを取り出す。労働時間（月間）として「所定内実労働時間」と「超過実労働時間」を取り出し、両者の和を労働時間 (t) とする。また賃金所得（月間）として、「決まって支給する現金給与総額 (CCE)」と「年間賞与その他特別給与額 (ASE)」を取り出す。CCE は調査月の月間給与で、これには所

定内時間と超過時間の両者への支払いが含まれている。また ASE は前年度賞与の年間総額である。そこで賃金所得（月間）として $E=CCE+ASE/12$ を用いる。以上のようにして、労働時間 (t) と賃金所得 (E) のデータを作成する。

3図は、労働時間 (t) と賃金所得 (E) の組み合わせを製造業 14 産業（42 サンプル）についてプロットしたものである。（縦軸は賃金所得 (E)、横軸は労働時間 (t) である）。これら 14 産業はいずれも製造業で、似た生産関数を持っていると仮定する。そしてこれに対する回帰分析によって、WH 契約曲線を求める。⁽⁵⁾

4-3 デミング回帰分析 (Deming regression analysis)

WH 契約曲線の推計にはデミング回帰分析が用いられる。通例用いる最小二乗法 (OLS) は使用できない。なぜなら、契約モデルでは労働時間 (t) と賃金所得 (E) が結合して決まり (jointly determined)、またこの二変数はともに誤差項を含んでいると仮定されるからである。⁽⁶⁾

デミング回帰分析は以下のように説明される。いま契約モデルにおいて、WH 契約曲線が線型式 $t=\alpha+\beta E$ で表されると仮定する。そして二つの変数 (t, E) は誤差

(5) 製造業 14 産業とは重化学工業で、化学 (E16) から自動車産業 (E31) までを含む。ただし石油 (E17) となめし皮 (E20) は除いている。（なお括弧内はコード番号である。）

(6) デミング回帰とは、エドワード・デミング (Edwards Deming) に因んでつけられた名称である。これは二変数からなる回帰モデルにおいて、両変数がともに誤差項を含んでいる場合 (errors-in-variables model) に適用される。この回帰分析の着想は 1870 年代に Adcock と Kummel によって出された。そして Koopmans (1937) によって再発見され、さらに Deming (1943) によって広められた。“Errors-in-variables model”の詳細については Fuller (1987) を参照せよ。

をともなった値 (x_i, y_i) , $i=1, \dots, n$ で観察される (ここで n は標本数). それは次式のように表現できる.

$$\begin{aligned} x_i &= t_i + e_{xi}, \\ y_i &= E_i + e_{yi} \end{aligned}$$

ここで e_{xi} と e_{yi} は誤差項で確率変数である. そして $e_{xi} \sim N(0, \sigma^2)$ であり, e_{xi} は i.i.d. であると仮定する. 同様に $e_{yi} \sim N(0, k\sigma^2)$ であり, e_{yi} は i.i.d. であると仮定する. 以上の仮定のもとで, α と β の最尤推定値 (maximum likelihood estimator) が以下のように求められる. (7)

$$\beta = \frac{S_{yy} - kS_{xx} + \sqrt{(S_{yy} - kS_{xx})^2 + k(2S_{xy})^2}}{2S_{xy}} \quad (8)$$

$$\alpha = \bar{y} - \beta \bar{x}$$

$$\begin{aligned} \text{ここで } S_{xx} &= [1/(n-1)] \sum (x_i - \bar{x})^2 \\ S_{xy} &= [1/(n-1)] \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \\ S_{yy} &= [1/(n-1)] \sum (y_i - \bar{y})^2 \end{aligned}$$

ところで, (8)式には $k(= \text{Var}(e_{yi})/\text{Var}(e_{xi}))$ が含まれており, この値は未知である. いま k の値が, 観察された二変数の分散の比 (S_{yy}/S_{xx}) に等しいと仮定しよう (これはプロジブルな仮定であろう). このとき α と β の推計値は幾何平均回帰推定値 (geometric mean regression (GMR) estimate) と呼ばれる. そして GMR と OLS との間には簡単な関係がある.

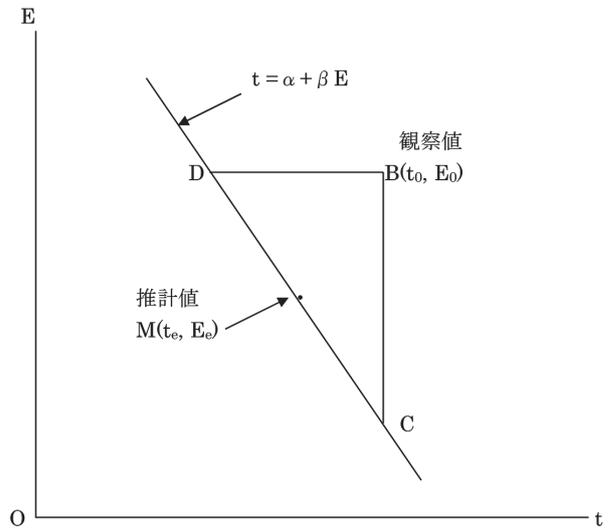
1表は3図のデータを用いて, GMR と OLS を比較したものである. (1)欄は GMR 回帰の推計値, (2)欄は x の y に対する OLS 回帰の推計値, そして (3)欄は y の x に対する OLS 回帰の推計値である. (ここで回帰式 $E=3245.8-15.04t$ は $t=215.8-0.0665E$ に変換されてい

る.) 容易にわかるように, GMR 推計値における β (1欄) は二つの OLS 推計値における β の幾何平均 (geometric mean) になっている $(-0.0526)^2 = (-0.0416) \times (-0.0665)$. これが幾何平均回帰 (GMR) と呼ばれる所以である. 三つの推計式を比較すると, GMR 回帰式は二つの OLS 回帰式の間であり, それらは x と y の平均値で交わっている. (8)

次に, 4図は GMR の観察値 $B(t_0, E_0)$ とそれに対応する推計値 $M(t_e, E_e)$ との関係を示したものである. まず B 点から垂線と水平線を引き, それらと回帰直線 ($t=\alpha+\beta E$) との交点をそれぞれ $C(t_0, (t_0-\alpha)/\beta)$, $D(\alpha+\beta E_0, E_0)$ とする. すると CD の中点 $M(t_e, E_e)$ が推計値になる. (9)(10)

1表の (iv)行は x と y との相関係数である. GMR においては, OLS におけるような決定係数 (coefficient of

4図 観察値 $B(t_0, E_0)$ と GMR 推計値 $M(t_e, E_e)$ との関係



(7) デミング回帰による推定値は, 最尤推定値 (maximum likelihood estimator) である. これについては Gillard (2006), Jensen (2007) を参照せよ. なお推計式において $t=\alpha+\beta E$ という表記は, t が従属変数であることを意味しない. このモデルにおいて t と E はシンメトリーである. この点については, Fuller (1987) p.30 を参照.

(8) デミング回帰推定値の (8)式において, $k(=\text{Var}(e_{yi})/\text{Var}(e_{xi})) \rightarrow \infty$ とすれば, デミング回帰の推定値 β は “ y の x に対する最小二乗回帰の推定値 β ” に一致する. このときは $e_{xi} \rightarrow 0$ であり, x_i が測定誤差なしの変数と仮定される. 一方 (8)式において, $k(=\text{Var}(e_{yi})/\text{Var}(e_{xi}))=0$ とすれば, その β 値は “ x の y に対する最小二乗回帰の推定値 β の逆数” に一致する. このとき $e_{yi}=0$ であり, y_i は測定誤差なしの変数と仮定される.

上記のことは, 数式を用いて次のように説明できる. (8)式を k についてとけば次式が得られる: $k=\beta(\beta S_{xy}-S_{yy})/(S_{xy}-\beta S_{xx})$. そして $k \rightarrow \infty$ の場合には, 分母が 0 に収束するから $\beta=S_{xy}/S_{xx}$ となる. これは “ y の x に対する最小二乗回帰の推定値 β ” である. 一方, $k=0$ の場合には, 分子が 0 になるから $\beta=S_{yy}/S_{xy}$ となり, これは “ x の y に対する最小二乗回帰の推定値の逆数” になっている.

(9) 観察値 (t_0, E_0) に対応した推計値 (t_e, E_e) は次式のように求められる: $t_e = \{t_0 + \alpha + \beta E_0\} / 2$, $E_e = \{(t_0 - \alpha + \beta E_0) / (2\beta)\}$. そして誤差の大きさはそれぞれ $t_e - t_0 = \{(-t_0 + \alpha + \beta E_0) / 2\}$, $E_e - E_0 = \{(t_0 - \alpha - \beta E_0) / (2\beta)\}$ となる. またそれらの標準誤差は $\{\sum (t_e - t_0)^2 / (n-2)\}^{1/2}$, $\{\sum (E_e - E_0)^2 / (n-2)\}^{1/2}$ となる. ここで n は標本数である.

(10) Barker et al. (1988) は GMR を導く別法として “least triangular approach” を提示している. この方法は (観察値における) 三角形 BCD の面積の総和を最小にする方法である.

1表 デミング回帰 (GMR) と最小二乗回帰 (OLS) の比較
(製造業 14 産業, 大卒男子, 50-54 才)

	(1) GMR	(2) OLS t on E	(3) OLS E on t	(4) OLS t on E/t
(i) 表記形式	$t = \alpha + \beta E$	$t = \alpha + \beta E$	$t = \alpha + \beta E$	$t = \alpha + \beta (E/t)$
(ii) α (t-value)	206.5	199.2 (56.6)	215.8	197.0 (72.9)
(iii) β (t-value)	-0.0526	-0.0416 (-8.17)	-0.0665	-6.473 (-9.95)
(iv) 相関係数 (R)	-0.791	-0.791	-0.791	
(v) 修正済決定係数 (Adj. R ²)	————	0.616	0.616	0.705
(vi) 標準誤差 (t)	3.28	6.20		
標準誤差 (E)	62.4		118.0	
(vii) η (賃金率弾性値)	-0.170	-0.139	-0.205	-0.147
(viii) 賃金所得 (E) の範囲 (千円)	383.6~994.5	383.6~994.5	383.6~994.5	383.6~994.5
(ix) 標本数	42	42	42	42

注 (a) (iv)行は労働時間 (t) と賃金所得 (E) との相関係数。
 (b) (vi)行は標準誤差。
 (c) (vii)行は労働時間の賃金率弾性値 (t と E の標本平均値にて評価)。
 (d) (viii)行は賃金所得 (E) の範囲 (千円)。
 データ出所：賃金構造基本統計調査 (厚生労働省)。

determination) は定義されない。したがって回帰式のフィットの良さは相関係数 (R) によって判定される。

(vi) 行は推定値 t と E の標準誤差 (standard error) である。GMR においてはそれぞれ 3.28 と 62.4 である。一方、OLS (x の y に対する) における t の標準誤差は 6.20 (2 列) である。同様に OLS (y の x に対する) における E の標準誤差は 118.0 (3 列) である。GMR における標準誤差は t と E 両者において、OLS のそれより小さい。そしてそれらの比率はともに 0.528 (=3.28/6.20=62.4/118.0) で等しくなっている。

(vii) 行は労働時間の賃金率弾性値であり、t と E の平均値で評価されている。GMR における賃金弾性値は -0.170 である。4 列は OLS による、労働時間 (x) の賃金率 (y/x) に対する回帰式における賃金率弾性値である。説明変数に賃金率 “E/t” を用いると、推計値に偏り (division bias) が生じることが知られている。この弾性値は -0.147 であるが、それは GMR による弾性値にくらべおよそ 15% 低いことが分かる。(0.147/0.170=0.865) (11)

4-4 年齢別の推計結果

2 表は製造業 14 産業 (大卒男子) を対象にした、年齢別の GMR 推計である。相関係数 (iii) を見ると、年齢とともに相関は高くなる。相関が 40 才より前で低くなるのは、賃金率の差が若いときは小さいからである。そして相関が最も高くなるのは 50~54 才 (-0.791) であり、契約曲線の識別にはこの年齢層が最も適していると考えられる。ただし 40 才以降の相関係数 (R) はすべて -0.7 より小さいので、契約曲線の識別は十分可能であろう。一方、30 才代では相関はかなり低くなるので契約曲線の識別は困難であろう (t の標準誤差も 40 才代に比べて大きくなっている)。

また WH 契約曲線は年齢とともにシフトしていることが分かる。労働時間 (t) を縦軸にとると、契約曲線は年齢とともにやや下方にシフトし、そして反時計まわりに少し回転している。

(v) 行は弾性値 (t, E の平均値で評価) を求めたものである。40 才以降では、弾性値は -0.186 と -0.168 の範囲にあり安定している。(vi) 行は、x の y/x に対する回帰式から求めた弾性値で、それは -0.160 と -0.145 の

(11) デビジョン・バイアス (division bias) については Borjas (1980) を参照せよ。

2表 年齢別による契約曲線の推計 (GMR による)
(製造業 14 産業, 大卒男子, 2015 年)

年齢	(1) 30-34	(2) 35-39	(3) 40-44	(4) 45-49	(5) 50-54	(6) 55-59
(i) α	233.1	229.2	213.3	213.3	206.5	204.2
(ii) β (*10 ⁻²)	-11.22	-9.05	-6.56	-6.40	-5.26	-5.05
(iii) 相関係数 (R)	-0.223	-0.536	-0.725	-0.769	-0.791	-0.778
(iv) 標準誤差 (t)	5.51	4.40	3.20	3.42	3.28	3.07
標準誤差 (E)	49.2	48.7	48.7	53.4	62.4	60.9
(v) η (賃金率弾性値) (GMR 回帰)	-0.205	-0.196	-0.171	-0.186	-0.170	-0.168
(vi) 賃金率弾性値 (OLS x on y/x)	-0.104	-0.141	-0.141	-0.160	-0.147	-0.145
(vii) 賃金所得 (E) の 範囲 (千円)	284.9~543.6	353.5~675.8	361.0~797.6	363.3~913.9	383.6~994.5	385.0~999.1
(viii) 標本数	42	42	42	42	42	42

注 (a) 表記の形式は $t=\alpha+\beta E$.
 (b) (iii) 行は相関係数 (x と y).
 (c) (iv) 行は標準誤差.
 (d) (v) 行と (vi) 行は労働時間の賃金率弾性値 (t と E の標本平均値にて評価)
 (e) (vii) 行は賃金所得 (E) の範囲 (千円).

データ出所: 賃金構造基本統計調査 (厚生労働省).

範囲にある。40 才以降における、推計値の偏り (division bias) は 15%~20% であり、これは 1 表の結果と符合している。

4-5 四つの産業群に対する推計結果

製造業 14 産業の他に、三つの産業群をとりあげて GMR 推計を試みる。他の三つの産業群とは輸送業 8 産業 (H42-H49)、卸し小売り 12 産業 (I50-I61)、宿泊と飲食等 6 産業 (M75-N80) である (括弧内は基本調査にける産業コード)。これら三つの産業群では、それぞれが類似した生産関数 $F(L, t)$ をもつ産業が集まっていると考えるわけである。

以下、4 グループの推計結果を提示する。A 表は大卒男子 (50-54 才) の 10 年度分、B 表は高卒男子 (50-54 才) の 10 年度分、そして C 表は 10 年間の平均値である。

4-5-1 製造業 14 産業

3-A 表は、大卒、男子 (50~54 才) の 10 年間 (2010-2019) の推計結果である。相関係数 (R) は全年度において -0.73 より小さく相関は十分に高い。そして推計された WH 契約曲線は、10 年間にわたって安定している。2010 年と 2014 年は景気後退の年で、2018 年は景気循環のピークである。他年度の WH 契約曲線は、これ

ら三つの契約曲線のあいだに納まっている。

標準誤差 (SE, iv 行) は労働時間 (t) については 2.7~3.4 (時間)、賃金所得 (E) については 55~67 (千円) である。労働時間と賃金所得の平均値はそれぞれ 170 (時間)、700 (千円) 程度であるから、これらの標準誤差は十分に小さいといえる。労働時間の賃金弾性値については -0.14 と -0.19 の範囲にあり、安定した大きさである。

3-B 表は、高卒、男性 (50~54 才) の 10 年間の推計結果である。相関係数 (R) の値は大卒の場合に比べるとやや大きく (相関は低く) なっている。これは高卒者の賃金水準が大卒者より低いことが一因である。相関係数のバラつきは大卒の場合より大きい (2011 年には -0.459, 2013 年には -0.771)、その平均値は -0.636 でまずまずの水準である。

WH 契約曲線は高卒者の場合も、全年度にわたって安定している。2010 年と 2013 年は景気後退の年で、2018 年は景気循環の山である。そして他年度の WH 契約曲線はこれら三つの契約曲線の間に納まっている。

労働時間 (t) と賃金所得 (E) の標準誤差 (SE) はそれぞれ 2.6~3.8 (時間) と 35~55 (千円) である。労働時間 (t) と賃金所得 (E) の平均値はそれぞれ凡そ 170 時間と 500 (千円) 程度であるから、標準誤差の大きさは十分に小さい。そして、労働時間の賃金弾性値は -0.14 と -0.19 の間にあり、安定した大きさである。

3-A表 製造業14産業（大卒男子，50-54才）のWH契約曲線

年	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
(i) α	197.0	205.3	205.3	207.9	201.3	206.5	202.4	205.7	216.3	203.4
(ii) β ($\times 10^{-2}$)	-4.247	-4.956	-4.896	-5.827	-4.826	-5.257	-4.279	-4.549	-5.980	-4.830
(iii) 相関係数 (R)	-0.736	-0.794	-0.781	-0.770	-0.742	-0.791	-0.739	-0.731	-0.809	-0.758
(iv) 標準誤差 (t)	2.78	2.86	2.96	3.35	3.20	3.28	2.82	2.88	3.32	3.22
標準誤差 (E)	65.5	57.8	60.4	57.4	66.4	62.4	65.8	63.3	55.6	66.7
(v) 賃金率弾性値	-0.142	-0.159	-0.159	-0.186	-0.157	-0.170	-0.141	-0.150	-0.185	-0.162
(vi) 賃金所得 (E) の範囲 (千円)	398.6~ 1,074.9	375.1~ 1,036.8	399.0~ 1,037.4	424.7~ 1,009.7	444.7~ 957.7	383.6~ 994.5	403.1~ 998.1	406.4~ 1,091.2	368.7~ 1,033.0	431.6~ 1,108.1
(vii) 標本数	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42

注 (a) 表記の形式は $t=\alpha+\beta E$.
 (b) (iii)行は相関係数 (x と y).
 (c) (iv)行は標準誤差.
 (d) (v)行は労働時間の賃金率弾性値 (t と E の平均値にて評価).
 (e) (vi)行は賃金所得 (E) の範囲 (千円).

データ出所：賃金構造基本統計調査（厚生労働省）.

3-B表 製造業14産業（高卒男子，50-54才）のWH契約曲線

年	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
(i) α	207.1	212.9	217.4	221.0	222.6	216.5	212.5	218.4	225.0	221.4
(ii) β ($\times 10^{-2}$)	-5.731	-6.574	-7.474	-8.361	-8.390	-6.950	-6.344	-6.739	-7.870	-8.258
(iii) 相関係数 (R)	-0.686	-0.459	-0.669	-0.771	-0.640	-0.626	-0.556	-0.555	-0.687	-0.708
(iv) 標準誤差 (t)	2.66	3.38	3.34	2.91	3.81	3.48	3.35	3.65	3.28	3.26
標準誤差 (E)	46.4	51.4	44.7	34.8	45.4	50.0	52.8	54.2	41.7	39.4
(v) 賃金率弾性値	-0.139	-0.152	-0.173	-0.187	-0.190	-0.164	-0.153	-0.163	-0.183	-0.194
(vi) 賃金所得 (E) の範囲 (千円)	335.7~ 731.1	336.9~ 655.2	318.8~ 711.4	320.5~ 659.5	322.5~ 704.4	184~ 718.5	335.7~ 718.5	328.4~ 742.7	368.0~ 738.2	342.1~ 743.1
(vii) 標本数	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42

注 (a) 表記の形式は $t=\alpha+\beta E$.
 (b) (iii)行は相関係数 (x と y).
 (c) (iv)行は標準誤差.
 (d) (v)行は労働時間の賃金率弾性値 (t と E の標本平均値にて評価).
 (e) (vi)行は賃金所得 (E) の範囲 (千円).

データ出所：賃金構造基本統計調査（厚生労働省）.

3-C表 平均値の比較（製造業14産業）

	大学卒	高校卒
相関係数 (R) の平均値 (標準偏差)	-0.765 (0.028)	-0.636 (0.091)
t の標準誤差の平均値 (標準偏差)	3.07 (0.23)	3.31 (0.33)
E の標準誤差の平均値 (標準偏差)	62.13 (4.11)	46.08 (6.22)
賃金率弾性値の平均値 (標準偏差)	-0.161 (0.016)	-0.170 (0.019)

4-A 表 輸送業 8 産業（大卒男子，50-54 才）の WH 契約曲線

年	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
(i) α	229.7	222.6	236.3	221.5	222.2	219.3	214.1	225.9	236.0	217.7
(ii) β ($\times 10^{-2}$)	-9.26	-7.87	-9.44	-8.03	-7.72	-7.31	-6.33	-8.45	-8.65	-6.37
(iii) 相関係数 (R)	-0.716	-0.853	-0.736	-0.833	-0.784	-0.710	-0.513	-0.764	-0.702	-0.749
(iv) 標準誤差 (t)	7.47	4.67	7.95	5.33	6.20	6.98	7.93	6.08	8.55	6.88
標準誤差 (E)	80.7	59.3	84.2	66.3	80.4	95.5	125.3	71.9	98.8	108.1
(v) 賃金率弾性値	-0.240	-0.207	-0.239	-0.210	-0.217	-0.200	-0.173	-0.218	-0.229	-0.191
(vi) 賃金所得 (E) の範囲 (千円)	262.0~ 1,116.0	256.0~ 1,161.7	264.3~ 1,058.9	279.9~ 1,243.4	264.9~ 1,159.7	305.1~ 1,215.3	291.2~ 1,430.9	334.0~ 995.2	313.3~ 1,315.9	349.8~ 1,633.9
(vii) 標本数	23	22	22	22	22	24	24	24	23	22

注 (a) 表記の形式は $t=\alpha+\beta E$.
 (b) (iii) 行は相関係数 (x と y).
 (c) (iv) 行は標準誤差.
 (d) (v) 行は労働時間の賃金率弾性値 (t と E の標本平均値にて評価).
 (e) (vi) 行は賃金所得 (E) の範囲 (千円).

データ出所：賃金構造基本統計調査（厚生労働省）.

4-B 表 輸送業 8 産業（高卒男子，50-54 才）の WH 契約曲線

年	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
(i) α	242.6	245.3	237.5	244.9	258.0	244.2	235.5	244.8	235.2	264.0
(ii) β ($\times 10^{-2}$)	-11.84	-11.67	-11.13	-11.31	-14.10	-11.37	-9.50	-11.07	-9.02	-15.82
(iii) 相関係数 (R)	-0.843	-0.648	-0.745	-0.572	-0.680	-0.686	-0.625	-0.599	-0.589	-0.453
(iv) 標準誤差 (t)	5.49	7.51	6.69	8.34	8.21	7.86	6.80	8.82	8.69	8.55
標準誤差 (E)	46.4	64.3	60.1	73.8	58.2	69.1	71.6	79.7	96.3	54.0
(v) 賃金率弾性値	-0.244	-0.229	-0.226	-0.221	-0.272	-0.231	-0.204	-0.235	-0.198	-0.283
(vi) 賃金所得 (E) の範囲 (千円)	246.2~ 937.7	236.1~ 841.8	238.1~ 859.9	256.7~ 820.1	267.6~ 754.4	276.3~ 981.7	296.7~ 1,011.4	294.8~ 1,012.9	323.5~ 1,269.5	324.2~ 707.4
(vii) 標本数	22	21	22	22	22	22	22	22	22	22

注 (a) 表記の形式は $t=\alpha+\beta E$.
 (b) (iii) 行は相関係数 (x と y).
 (c) (iv) 行は標準誤差.
 (d) (v) 行は労働時間の賃金率弾性値 (t と E の標本平均値にて評価).
 (e) (vi) 行は賃金所得 (E) の範囲 (千円).

データ出所：賃金構造基本統計調査（厚生労働省）.

4-C 表 平均値の比較（輸送業 8 産業）

	大学卒	高校卒
相関係数 (R) の平均値 (標準偏差)	-0.736 (0.093)	-0.644 (0.105)
t の標準誤差の平均値 (標準偏差)	6.80 (1.23)	7.70 (1.08)
E の標準誤差の平均値 (標準偏差)	87.05 (20.1)	67.35 (14.2)
賃金率弾性値の平均値 (標準偏差)	-0.212 (0.021)	-0.234 (0.027)

5-A表 卸し小売り12産業（大卒男子，50-54才）のWH契約曲線

年	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
(i) α	197.4	204.7	203.8	200.5	205.8	195.9	206.2	199.3	209.4	200.9
(ii) β ($\times 10^{-2}$)	-4.49	-5.26	-5.01	-5.17	-5.54	-4.03	-5.40	-4.33	-5.80	-5.08
(iii) 相関係数 (R)	-0.620	-0.683	-0.657	-0.464	-0.789	-0.616	-0.707	-0.608	-0.639	-0.710
(iv) 標準誤差 (t)	3.85	3.77	4.25	5.14	3.60	3.80	4.09	3.69	4.48	3.99
標準誤差 (E)	85.8	71.8	85.0	99.4	65.0	94.3	75.7	85.2	77.2	78.6
(v) 賃金率弾性値	-0.134	-0.150	-0.148	-0.152	-0.161	-0.127	-0.160	-0.128	-0.172	-0.158
(vi) 賃金所得 (E) の範囲 (千円)	291.6~ 1,355.7	341.7~ 1,264.8	270.5~ 1,442.9	343.9~ 1,371.3	312.4~ 1,315.9	319.4~ 1,503.7	301.6~ 1,362.2	270.1~ 1,297.3	429.1~ 1,293.0	276.9~ 1,430.6
(vii) 標本数	33	35	36	36	36	36	36	36	36	36

注 (a) 表記の形式は $t=\alpha+\beta E$.
 (b) (iii)行は相関係数 (x と y).
 (c) (iv)行は標準誤差.
 (d) (v)行は労働時間の賃金率弾性値 (t と E の標本平均値にて評価).
 (e) (vi)行は賃金所得 (E) の範囲 (千円).

データ出所：賃金構造基本統計調査 (厚生労働省).

5-B表 卸し小売り12産業（高卒男子，50-54才）のWH契約曲線

年	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
(i) α	226.7	209.9	217.6	220.4	213.2	221.5	225.6	218.4	219.6	220.6
(ii) β ($\times 10^{-2}$)	-11.0	-6.88	-8.52	-9.27	-7.93	-9.14	-9.83	-8.65	-8.17	-9.15
(iii) 相関係数 (R)	-0.766	-0.567	-0.390	-0.746	-0.536	-0.595	-0.593	-0.354	-0.607	-0.660
(iv) 標準誤差 (t)	3.33	3.41	5.51	3.56	4.51	4.02	4.35	5.00	3.79	3.91
標準誤差 (E)	30.3	49.6	64.7	38.4	56.9	44.0	44.3	57.9	46.4	42.8
(v) 賃金率弾性値	-0.222	-0.148	-0.180	-0.196	-0.175	-0.193	-0.204	-0.190	-0.174	-0.198
(vi) 賃金所得 (E) の範囲 (千円)	335.6~ 737.4	306.7~ 767.5	255.1~ 837.3	261.7~ 683.3	210.6~ 800.8	295.7~ 721.8	294.2~ 739.0	315.2~ 741.5	296.8~ 727.5	305.2~ 749.8
(vii) 標本数	33...	33	33	33	36	36	36	36	36	36

注 (a) 表記の形式は $t=\alpha+\beta E$.
 (b) (iii)行は相関係数 (x と y).
 (c) (iv)行は標準誤差.
 (d) (v)行は労働時間の賃金率弾性値 (t と E の標本平均値にて評価).
 (e) (vi)行は賃金所得 (E) の範囲 (千円).

データ出所：賃金構造基本統計調査 (厚生労働省).

5-C表 平均値の比較 (卸し小売り12産業)

	大学卒	高校卒
相関係数 (R) の平均値 (標準偏差)	-0.649 (0.086)	-0.581 (0.133)
t の標準誤差の平均値 (標準偏差)	4.07 (0.463)	4.14 (0.708)
E の標準誤差の平均値 (標準偏差)	81.80 (10.3)	47.53 (10.1)
賃金率弾性値の平均値 (標準偏差)	-0.149 (0.015)	-0.188 (0.020)

6-A表 宿泊と飲食6産業（大卒男子，50-54才）のWH契約曲線

年	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
(i) α	215.3	211.0	219.4	201.1	214.8	225.9	218.9	222.4	219.9	227.8
(ii) β ($\times 10^{-2}$)	-725	-6.43	-8.30	-4.85	-8.03	-9.67	-8.03	-8.76	-7.94	-0.01
(iii) 相関係数 (R)	-0.587	-0.691	-0.727	-0.585	-0.622	-0.793	-0.479	-0.663	-0.594	-0.729
(iv) 標準誤差 (t)	4.11	3.56	3.42	3.27	3.83	4.06	4.80	3.93	4.22	4.14
標準誤差 (E)	56.7	55.3	41.2	67.4	47.7	42.0	59.9	44.9	53.1	41.2
(v) 賃金率弾性値	-0.168	-0.173	-0.176	-0.117	-0.176	-0.204	-0.175	-0.187	-0.178	-0.220
(vi) 賃金所得 (E) の範囲 (千円)	353.5~ 814.6	303.1~ 843.8	316.6~ 674.9	320.4~ 872.8	255.0~ 677.4	317.0~ 727.2	310.6~ 664.2	330.2~ 659.4	323.3~ 686.7	327.5~ 714.6
(vii) 標本数	18	18	18	18	18	180	18	18	18	18

注 (a) 表記の形式は $t=\alpha+\beta E$.
 (b) (iii)行は相関係数 (x と y).
 (c) (iv)行は標準誤差.
 (d) (v)行は労働時間の賃金率弾性値 (t と E の標本平均値にて評価).
 (e) (vi)行は賃金所得 (E) の範囲 (千円).

データ出所：賃金構造基本統計調査（厚生労働省）.

6-B表 宿泊と飲食6産業（高卒男子，50-54才）のWH契約曲線

年	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
(i) α	267.4	252.5	233.5	243.9	234.9	240.9	241.3	237.4	221.5	230.6
(ii) β ($\times 10^{-2}$)	-20.84	-19.00	-13.00	-15.06	-12.70	-14.31	-14.20	-13.70	-9.30	-11.48
(iii) 相関係数 (R)	-0.688	-0.584	-0.454	-0.580	-0.488	-0.545	-0.484	-0.383	-0.662	-0.541
(iv) 標準誤差 (t)	5.08	4.68	4.48	4.11	3.75	4.17	4.69	4.80	2.61	3.91
標準誤差 (E)	24.4	26.5	34.6	27.3	29.6	29.1	33.1	35.0	28.0	34.0
(v) 賃金率弾性値	-0.300	-0.266	-0.206	-0.207	-0.206	-0.227	-0.223	-0.219	-0.163	-0.199
(vi) 賃金所得 (E) の範囲 (千円)	292.3~ 535.3	283.3~ 503.1	285.5~ 526.9	294.7~ 514.5	296.8~ 481.4	295.9~ 475.6	285.3~ 500.9	287.0~ 493.6	271.7~ 503.7	303.2~ 565.9
(vii) 標本数	18	18	18	18	18	18	18	18	17	18

注 (a) 表記の形式は $t=\alpha+\beta E$.
 (b) (iii)行は相関係数 (x と y).
 (c) (iv)行は標準誤差.
 (d) (v)行は労働時間の賃金率弾性値 (t と E の標本平均値にて評価).
 (e) (vi)行は賃金所得 (E) の範囲 (千円).

データ出所：賃金構造基本統計調査（厚生労働省）.

6-C表 平均値の比較（宿泊と飲食6産業）

	大学卒	高校卒
相関係数 (R) の平均値 (標準偏差)	-0.647 (0.092)	-0.541 (0.093)
t の標準誤差の平均値 (標準偏差)	3.93 (0.444)	4.23 (0.707)
E の標準誤差の平均値 (標準偏差)	50.94 (8.97)	30.16 (3.76)
賃金率弾性値の平均値 (標準偏差)	-0.177 (0.027)	-0.222 (0.038)

3-C表は、大卒と高卒の10年間の平均値を比較したものである。大卒者の弾性値の平均値は-0.161、そして高卒者の平均値は-0.170である。大卒者の方がやや低いが大差は無いといえるであろう。

4-5-2 輸送業8産業

4-A表と4-B表は、輸送業8産業の推計結果である。また4-C表は10年間の平均値である。平均値(4-C表)をみると、輸送業における相関係数(R)は-0.736(大卒)と-0.644(高卒)であるから、製造業に比べて遜色がない。ただしtとEにおける標準誤差は製造業より大きい。賃金率弾性値については、-0.212(大卒)と-0.234(高卒)であるから、製造業よりもやや高い。

4-5-3 卸し小売り12産業

5-A表と5-B表は、卸し小売り12産業の推計結果である。また5-C表は10年間の平均値である。相関係数(平均値)はそれぞれ、-0.649(大卒)と-0.581(高卒)であるから、製造業に比べるとやや低い。しかし契約曲線を識別するには十分な大きさであろう。tとEの標準誤差(平均値)は輸送業よりは小さい。賃金率弾性値は-0.149(大卒)と-0.188(高卒)で製造業と大差ない水準といえよう。

4-5-4 宿泊と飲食6産業

6-A表と6-B表は、宿泊と飲食6産業の推計結果である。また6-C表は10年間の平均値である。相関係数(平均値)の大きさは-0.647(大卒)と-0.541(高卒)で、相関の度合いは製造業よりは低く、卸し小売産業に近い水準である。賃金率弾性値(平均値)は-0.177(大卒)と-0.222(高卒)である。大卒と高卒では0.05程度の差があり、この開きは他の三グループよりやや大きい。

4-5-5 四つの産業群における労働時間弾性値の比較
総じて弾性値(平均値)は-0.13と-0.24の範囲にある。そして高卒者の方が大卒者よりやや高いといえる。個別の産業群について年度ごとにみると、上記の範囲(-0.13と-0.24)に含まれないものが5個あるが、それらを列挙すると以下のようになる。

輸送業…高卒者の2014年(-0.272), 2019年(-0.283)
宿泊と飲食…大卒者2013年(-0.117), 高卒者2010年(-0.300), 2011年(-0.266)

これらは全体の5/40のケースであり、全体として-0.13と-0.24の範囲に納まっていると考えてよいであろう。

5. 要約

本稿の目的は二つあり、第一は「労働時間の契約モデル」を提示すること、そして第二は、「WH契約曲線」と「労働時間供給の弾性値」の推計である。推計データとしては「賃金構造基本統計調査(厚生労働省)」を用いた。

5-1 理論モデルから得られた含意

「労働時間契約モデル」の主な含意はつぎのようにまとめられる。

- (1) 労働時間の市場均衡点は、WH契約曲線上に存在する。また労働時間の供給曲線と需要曲線の交点は、一般には均衡点にはならない。
- (2) もし企業(あるいは産業)が類似した生産関数をもてば、それらの企業は共通したWH契約曲線をもつ。
- (3) 類似した生産関数をもつ産業群のデータから、WH契約曲線を推計することができる。
- (4) 労働時間供給の賃金弾性値は、WH契約曲線の賃金率弾性値になる。

5-2 推計結果

賃金構造基本統計調査のデータを用いて、GMR回帰による推計を行った。四つの産業群を取り上げたが、各群内の産業は互いに類似した生産関数をもっていると仮定した。四つの産業群とは ①製造業14産業 ②輸送業8産業 ③卸し小売り12産業 ④宿泊と飲食6産業である。主な結果は以下のようなものである。

- (1) WH契約曲線の推計は、40才以降の年齢層で有意な結果が得られた。しかし35才以前の年齢層では、契約曲線をクリアには識別できなかった。この原因は、若年層になるほど、賃金率の差が小さいからであると考えられる。
- (2) WH契約曲線は10年間(2010~2019年)にわたり安定している。なかでも製造業14産業は安定している。
- (3) 産業群ごとに賃金弾性値はやや異なる。輸送業8産業の弾性値はやや高い。また一般に高卒者の方が大卒者よりも弾性値はやや高い。
- (4) 10年間の弾性値の平均は、以下のようであった。(前者が大卒男子、後者は高卒男子)
製造業14産業(-0.161, -0.170),
輸送業8産業(-0.212, -0.234),
卸し小売り12産業(-0.149, -0.148),
宿泊と飲食6産業(-0.177, -0.222)。
- (5) 個別年度ごとにみると、弾性値の多くは-0.13~

-0.24 の範囲に納まっている。

上記の弾性値の推計結果をみると、賃金所得への課税率の上昇が労働時間供給を減少させることは無いと推測できよう。

参考文献

- Abbott, Michael and Orley Ashenfelter(1976) "Labour supply, commodity demand, and the allocation of time", *Review of Economic Studies* 43(3), 389-411.
- Barker, F., Soh Y.C. and Evans R.J. (1988) "Properties of the Geometric Mean Functional Relationship," *Biometrics*, (44) March, 1988.
- Bargain, Olivier and Peichl, Andreas. (2013) "Steady-State Labor Supply Elasticities: A Survey," IZA DP. No.7698.
- Becker, Gary S. (1964) *Human Capital*, Columbia University Press, New York.
- Borjas, J. George. (1980) "The relationship between Wages and Weekly hours of Work: The Role of Division Bias," *Journal of Human Resources*, vol. 15, No. 3, pp 409-423, University of Wisconsin Press.
- . (2016) *Labor Economics*(seventh edition), McGraw-Hill Education, New York.
- Deming, Edwards W. (1943) *Statistical adjustment of data*, John Wiley, NY.
- Feldstein, M. S. (1967) "Specification of the labour input in the aggregate production function" *Review of Economic Studies* 34(4), 375-86.
- Fuller, Wayne A. (1987) *Measurement Error Models*, John Wiley & Sons, NY.
- Gillard, Jonathan W. (2006) *An historical overview of linear regression with errors in both variables*, School of mathematics, Cardiff University, U.K.
- Heckman, James J. and MaCurdy, T. (1980) "A Life Cycle Model of Female Labor Supply," *Review of Economic Studies*, Vol. 47, No. 1, pp. 47-74.
- Jensen, Anders Christian. (2007) "Deming regression, MethComp package" (PDF).
- Keane, Michael P. (2011) "Labor Supply and Taxes: A Survey," *Journal of Economic Literature*, Vol. 59, No. 4, pp. 961-1075.
- Killingsworth, Mark R. (1983) "Labour Supply," Cambridge University Press, Cambridge.
- Kinoshita, Tomio. (1987) "Working Hours and Hedonic Wages in the Market Equilibrium," *Journal of Political Economy*, Vol. 95, No. 6, pp.1262-77.
- Koopmans, Tjalling. C. (1937) *Linear regression analysis of economic time series*, DeErven F. Bohn, Haarlem, Netherlands.
- Kosters, Marvin H. (1966) "Income and substitution effects in a family labor supply model", P-3339, The Rand Corporation, December.
- Lewis, H. Gregg (1957) "Hours of work and hours of leisure" in *Proceedings of the Ninth Annual Meeting of the Industrial Relations Association* edited by L. Reed Tripp, 196-206.
- . (1969) "Employer Interests in Employee Hours of Work," Mimeo-graphed, Santiago: Catholic University, Chile.
- Oi, Walter Y. (1962) "Labor as a quasi-fixed factor", *Journal of Political Economy* 70(6), 538-55.
- Pencavel, John. (1986) "Labor Supply of Men: A Survey" in O. Ashenfelter and R. Layard, eds., *Handbook of Labor Economics*, Vol. 1, pp.3-102, North-Holland, Amsterdam.
- . (2016) "Whose Preferences are Revealed in Hours of Work? Economic Inquiry, Vol. 54, No. 1, pp. 9-24.
- Rosen, Sherwin. (1969) "On the Inter-industry Wage and Hours Structure" *Journal of Political Economy*, Vol. 77, No. 2, pp. 249-273.
- . (1974) "Hedonic Prices and Implicit Markets: Product Differentiation in Pure Competition," *Journal of Political Economy*, Vol. 82, No. 1, pp. 34-55.