

FTPL の基礎理論について

On the Theoretical Foundation of the Fiscal Theory of Price Level

吉田 真理子^a

1. はじめに

第2次安倍政権が誕生しデフレ脱却を掲げて異次元金融緩和政策が実施されてすでに6年余りが経過している。2013年4月の黒田日銀総裁就任記者会見では、異次元金融緩和の政策目標を2年以内に消費者物価指数の前年比2%上昇、マネタリーベースを2年間で2倍、国債保有残高・平均残存期間を2年で2倍という3項目を達成することと発表した。それ以来今日まで消費者物価指数は未だ前年比上昇率は1%に満たない。そもそも金融政策で物価を上昇させることができるのか。この間はマクロ経済学において長年議論されてきているもっとも重要な問題の一つと言える。簡単に述べるとケインズ理論では経済が流動性の罠に陥っている状況では金融政策は有効ではないとされており、一方フリードマンの主張に代表されるマネタリストの理論では長期的には経済の成長に合わせるように名目貨幣量のコントロールが重要であるとされている。これらの従来からの議論に加えて、近年物価水準と金融政策および財政政策の関わりについては主に以下の二つの理論が注目されている。

一つはポールクルーグマン(1998,2000)による中央銀行が強いリーダーシップで人々に物価上昇を期待させれば消費は増加し、それにより消費者物価指数も上昇させることができるとの提言である。クルーグマンは中央銀行がリーダーシップを発揮するための具体策としては、強力なゼロ金利政策を含む量的・質的緩和政策が有効であると主張している。これに倣って日銀も当初マネタリーベースを2年以内に2倍にするとコミットし、人々がインフレ期待を形成すると見込んでいた。しかしながら、すでに6年を経て人々にインフレ期待が形成された形跡はない。

もう一つの理論としては、1990年代から徐々に理論分析が発表されている財政政策による物価水準決定の理論である。この理論は今日ではFTPLと略される物価水

準に関する財政理論(Fiscal Theory of Price Level)と呼ばれ、多くの研究成果が発表されている。この理論の主旨は、財政当局と金融当局を結合した機関を統合政府と呼び、統合政府による今期から無限の将来に渡る財政政策の流列が今期の物価水準を決定するとの主張である。より具体的に述べると、FTPL理論を代表するSims(1994)によれば、前期の名目政府負債残高を与件として今期からの無限の将来に渡る各期の実質財政余剰の流列が選択されれば、今期の物価水準は政府の通時的な予算制約式を満たすように決定されるという理論である。

さらに、FTPL理論の枠組みに基づくCochrane(2001)では、政府債務残高として国債の満期構成(国債管理政策)と物価水準との関連が分析されている。実際、上で述べたように異次元緩和政策では日銀の買いオペ対象が短期国債から大幅に長期国債に移行していることから、国債管理政策と物価水準との関係を分析する上で、FTPL理論は有用と考えられる。

以下、本稿ではFTPLの代表的論文とされるLeeper(1991)、Sims(1994)およびCochrane(2001)の理論に沿って、FTPLの基本理論を概観する。

2. モデル

2-1 家計の行動

本稿では今期を $t=0$ として $t=0, 1, 2, \dots$ と無限期続く経済を想定する。この経済は家計部門と政府部門の2部門から構成されており、海外との取引のない閉鎖経済とする。経済では1種類の消費財が取引されており、消費財市場は完全競争条件を満たしているとする。また、本稿では説明を簡単化するため、将来については完全予見を仮定する¹。FTPLでは、実際の経済とは異なり財政政策を担当する政府と金融政策を担当する中央銀行の両者の機能を合わせもつ統合政府が存在する経済を想定する。

a 武蔵大学経済学部 教授 〒176-8534 東京都練馬区豊玉上 1-26-1

¹ 将来の変数 x が不確実であれば、その期待値 $E(x)$ で分析するが、本項ではそれを省いて確定値で説明する。

まず、従来の最適成長モデルと同様に、すべての家計は同質であると仮定し、今期 ($t=0$) に生まれ未来永劫生きる代表的家計の効用最大化行動分析から出発する。各期の財の価格、言い換えると想定する経済の物価水準を p_t 、家計の貨幣需要を M_t^d で表すと、実質貨幣需要は $M_t^d/p_t \equiv m_t$ で定義される²。家計は各期の消費 c_t と実質貨幣需要 m_t から効用を得ると仮定すると、今期から無限先の将来までに得られる総効用 U は以下の式で表されることになる³。

$$U = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, m_t) \quad (1)$$

ここで、 $\beta \in (0, 1)$ は主観的割引率を表す。人口の増加は考慮せず任意の期に生存する経済の総人口は一定として、1で基準化する。

FTPL では生産を含まず家計と政府のみの2部門経済を想定するため、家計には每期消費財の一定量 y_t が初期保有量として与えられるとする。家計の金融資産は、政府が每期発行する無利子の貨幣と付利子の短期債券のみとする。短期債券は名目利率が i_t で1期後に額面価格1円で償還される短期国債と考える⁴。したがって、この短期国債の任意の t 期の発行価格は $1/(1+i_t)$ で表される。以上の想定の下で、債券需要を B_t^d 、政府による一括税を τ_t ($\tau_t > 0$ は課税、 $\tau_t < 0$ は補助金) で表すと家計の予算制約式は次式となる。

$$p_t c_t + M_t^d + \frac{1}{1+i_t} B_t^d = p_t (y_t - \tau_t) + M_{t-1}^d + B_{t-1}^d \quad (2)$$

$t = 0, 1, 2, \dots$

家計はプライステーカーとして(2)式の予算制約式の下で(1)式の生涯効用最大化を目的として各期の消費 m_t 、実質貨幣需要 m_t と $B_t^d/p_t \equiv b_t$ で定義される実質債券需要を決定する。最大化問題の一階の条件式は以下の2式で求められる⁵。ただし、 t 期のインフレ率を π_t で表し、 $p_{t+1}/p_t \equiv 1 + \pi_t$ と定義する。

$$\frac{u'(c_t)}{\beta u'(c_{t+1})} = \frac{1+i_t}{1+\pi_t} \quad (3)$$

$$u'(m_t) = u'(c_t) - \frac{1}{1+\pi_t} \beta u'(c_{t+1}) \quad (4)$$

$$\lambda_{t+1} = \frac{\lambda_t}{1+i_t} \quad (5)$$

(3)式は家計の主体的均衡条件である2時点間の限界効用均等の法則を表している。より丁寧に説明すると、 t 期に消費財1単位を諦めることによる t 期の効用の減少分と、 t 期に消費を諦めたことにより $t+1$ 期に得られる効用の増加分の比が実質利率に等しくなるときの消費の組み合わせが、家計の効用最大化を達成していることを意味している。したがって、(3)式の右辺は実質利率を意味するため、実質利率を r_t で表すと以下の式が導かれる。

$$\frac{u'(c_t)}{\beta u'(c_{t+1})} \equiv 1 + r_t \quad (6)$$

想定する経済では財、貨幣、債券の個別需要量を家計の総数で集計することで、経済全体の総需要量が得られるから、政府支出を g_t 、貨幣供給量を M_t 、国債発行量を B_t と表すと、家計の総数は1と基準化されているため、市場の均衡条件は以下の3式となる。

$$\begin{aligned} \text{財市場} & : y_t = c_t + g_t \\ \text{貨幣市場} & : M_t^d = M_t \\ \text{債券市場} & : B_t^d = B_t \end{aligned}$$

先にのべたように想定する経済では $y_t = \bar{y}$ (一定)、 $g_t = \bar{g}$ (一定) と仮定するため、物価水準 p_t の値にかかわらず財市場の均衡では消費は $c_t = \bar{y} - \bar{g} = \bar{c}$ (一定) に決まることになる。すなわち、本稿の想定では物価水準 p_t は財市場では不決定となり、他の条件によって決まることになる。 $c_t = \bar{c}$ を(6)式に代入すると、(6)式の左辺が $1/\beta$ と一定となるため、実質利率も以下の一定値で求められることになる。

$$\frac{1}{\beta} = 1 + r \quad (7)$$

結局、(6)式と(7)式から家計の初期保有量一定の仮定の下では家計の効用最大化行動の条件式から以下の利率に関するフィッシャー方程式が得られることになる。

$$(1+r)(1+\pi_t) = 1+i_t \quad (8)$$

² 以下、代表的家計を略して家計と記す。

³ Leeper (1991) は効用関数に貨幣が含まれる money in the utility モデルで分析する。よって、最大化問題を解くと貨幣需要関数が実質利率の関数で導かれる。また Sims (1994) は取引コストを家計の予算制約式に含む cash in advance モデルで分析している。

⁴ 本稿の4節では、統合政府が長期債券を発行するケースも考察する。

⁵ $u'(c_t) \equiv \frac{\partial u(c_t, m_t)}{\partial c_t}$, $u'(m_t) \equiv \frac{\partial u(c_t, m_t)}{\partial m_t}$ とする。

2-2 統合政府

次に、FTPL理論で想定する統合政府という概念について説明する。Leeper (1991) および Sims (1994) 等の理論では統合政府とは、財政政策を担当する政府と金融政策を担当する中央銀行の両者の機能を合わせもち、一括税および利子のつく国債と利子のつかない貨幣の発行益を収入源として政府支出 g_t を賄う機関と考える。簡単化のため引き続き統合政府は満期1期間の短期債券のみを発行すると想定して、 t ($t=0, 1, 2, \dots$) 期の統合政府の予算制約式を導出すると次式となる。

$$p_t g_t + B_{t-1} + M_{t-1} = p_t + \frac{B_t}{1+i_t} + M_t \quad (9)$$

統合政府はプライステーカーとして行動しており、(9)式の左辺は名目政府支出および $t-1$ 期に発行した国債および貨幣の償還費の総額、すなわち総政府支出を表しており、右辺はその財源となる税金と新たな国債と貨幣の発行額の総政府収入を表している。統合政府の $t-1$ 期末に存在する実質政府債務を A_{t-1} と表すと、以下の式で表される。

$$B_{t-1} + M_{t-1} \equiv A_{t-1} \quad (10)$$

(10) 式を (9) 式に代入すると次式を得る。

$$p_t g_t + A_{t-1} = p_t \tau_t + \frac{A_t}{1+i_t} + \frac{i_t M_t}{1+i_t} \quad (11)$$

(11) 式の右辺第3項は貨幣発行益を表しており、政府が利子を払わなくてはならない国債に代わり利子を払わなくてよい貨幣発行によって確保される政府の収入を意味している。より詳しく説明すると、右辺第3項は貨幣発行益が発生するのが発行の翌期の $t+1$ 期であるから、 $1+i_t$ で割引いた t 期の割引現在価値を表している。(11) 式の左辺第1項を右辺に移行し、実質値で書き換えると次式となる。

$$\frac{A_{t-1}}{p_t} = \tau_t - g_t + \frac{A_t}{p_t(1+i_t)} + \frac{i_t M_t}{p_t(1+i_t)} \quad (11')$$

ここで、 t 期の統合政府の実質財政余剰を s_t^f 、実質貨幣発行益を s_t^m と表すと次の2式が定義できる。⁶

$$\tau_t - g_t \equiv s_t^f \quad (12)$$

$$\frac{i_t}{1+i_t} \frac{M_t}{p_t} \equiv s_t^m \quad (13)$$

(12) 式と (13) 式を (11') 式に代入すると次式を得る。

$$\frac{A_{t-1}}{p_t} = s_t^f + s_t^m + \frac{A_t}{p_t(1+i_t)} \quad (14)$$

(14) 式で表された統合政府の予算制約式はすべての t 期 ($t=0, 1, 2, \dots$) で成立する制約式であるから、それらをついにまとめて表すことを考える。まず、名目割引因子を $Q_{t,t+j}$ と定義すると次式となる。

$$Q_{t,t+j} = \frac{1}{(1+i_t)(1+i_{t+1}) \times \dots \times (1+i_{t+j})} \quad (15)$$

さらに、(15) 式に先に導出した利子率に関するフィッシャー方程式 (8) 式を代入すると次式を得る。⁷

$$Q_{t,t+j} = \frac{p_t}{(1+r)^j p_{t+j}} \quad (16)$$

(15) 式と (16) 式を用いて、 t 期の予算制約式に $t+1$ 期の予算制約式を代入するという手続きを無限期の将来まで繰り返すと通時的統合政府の予算制約式が以下で求められる。

$$\frac{A_{t-1}}{p_t} = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\sum_{j=0}^{T-1} \frac{s_{t+j}^f + s_{t+j}^m}{(1+r)^j} + \frac{Q_{t,t+T}}{p_t} A_{t+T} \right] \quad (17)$$

政府債務に関する横断性条件を確認すると、政府が無限の将来に政府債務を返済せずに残すことは家計の効用最大化行動に反するため以下の横断性条件が成り立つこと

⁶ 財政余剰とは基礎的財政収支（プライマリーバランス）と同義語であり、 t 期の政策的経費に必要な財源を同年の税金だけでまかないきれぬか否かをみる収支である。政策的経費よりも税金が多い場合には、財政余剰はプラスでそれまでの借金の返済等に充てる。逆に政策的経費が税金を上回った場合には新たな借金で同年の政策的経費を賄う必要があることを意味する。

⁷ (8) 式を書き換えると、 $1+i_t = (1+r) \frac{p_{t+1}}{p_t}$ となるから、これを $Q_{t,t+j}$ 式に代入すると次式を得る。

$$Q_{t,t+j} = \frac{1}{(1+r)^j \left[\frac{p_{t+1}}{p_t} \times \frac{p_{t+2}}{p_{t+1}} \times \dots \times \frac{p_{t+j}}{p_{t+j-1}} \right]} = \frac{1}{(1+r)^j \left[\frac{p_{t+j}}{p_t} \right]} = \frac{p_t}{(1+r)^j p_{t+j}}$$

になる⁸。

$$\lim_{j \rightarrow \infty} Q_{t,t+j} A_{t+j} = 0 \quad (18)$$

(18) 式の横断性条件より (17) 式は次式に書き換えられる。

$$\frac{A_{t-1}}{p_t} = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^j} [s_{t+j}^f + s_{t+j}^m] \quad (19)$$

(19) 式の左辺 A_{t-1} は t 期の期首にはすでに決定されている政府債務であるから、(19) 式は左辺の分母である t 期の物価水準 p_t が右辺の t 期から無限の将来に渡る実質財政余剰と実質貨幣発行益の割引現在価値の総和で決定されることを意味している。

ここで注目すべき点は、 t 期の物価水準 p_t に影響を及ぼすのは、(19) 式の左辺の総和であり、 t 期以降の各期の財政余剰ではないということである。言い換えると将来のある期で財政余剰が悪化したとしても、その期以降の別の期に赤字を穴埋めする増税が実施されるならば財政余剰の総和は変化せず、したがって今期の物価水準を変化させることもないことを意味する。統合政府の通時的予算制約式 (19) 式から導かれる以上の結論が FTPL 理論の主旨である。次章では物価水準と政策ルールについて説明する。

3. 統合政府の政策ルール

最初に Woodford (1994, 1995) による財政ルールの分類を明らかにしておく。

【I】リカーディアン型財政政策ルール

ある時点の財政余剰が不足した場合には政府は国債を増発するが、国債は必ず償還時期に到達する。その際には政府は増税により目標の財政余剰を確保するという政策ルールである。このルールでは家計の国債保有は将来の増税をもたらすから、国債という金融資産の増加による所得効果は生じることはなく、よって消費の増加による物価上昇も生じない。このルールは『リカードの等価定理』が成立する経済を前提としているためリカーディアン型ルールと呼ばれている。FTPL 理論では、リカーディアンルールの下では政府の財政政策では物価は変動しないため、物価は金融政策で決定され则认为る。

【II】非リカーディアン型財政政策ルール

リカーディアン型財政ルールに反し、『リカードの等価定理』が成立しない経済を想定するルールである。あ

る時点で財政余剰が不足した場合には政府は国債を増発する。しかし国債の増発が必ずしも将来の増税をもたらすとは考えないとする。したがって、国債保有を増加させた家計は将来の増税負担を予想しないため、金融資産増加により所得が増加したと認識し、ピグーの所得効果により消費を増やすと考える。消費の増加は物価を上昇させると考えるため、『リカードの等価定理』が成立しない経済では政府の財政政策により物価が変動すると考える。このような財政政策ルールは非リカーディアン型ルールと呼ばれており、FTPL 理論では、非リカーディアンルールの下では財政政策により物価が変動すると考える。

3-1 金融政策ルール

統合政府は以下のルールで金融政策を実施すると考える。

統合政府の金融政策ルール：各期の名目利子の目標値を一定水準 \bar{i} とする。

金融政策ルールを式で表すと、 $i_t = \bar{i}$ となるから、これをフィッシャー方程式 (8) 式に代入すると次式を得る。

$$1 + \pi_t = \frac{1 + \bar{i}}{1 + r} = 1 + \bar{\pi} = \text{一定} \quad (20)$$

実質利子率 r 一定の仮定の下では、(20) 式より名目利子率一定の金融政策ルールはインフレ目標政策と言い換えることができる。したがって、想定する経済で統合政府の金融政策により目標物価変化率は一定にコントロールされるが、経済の物価水準はどのように決定されるのか、という疑問が生じることになる。そこで前章で導出した FTPL が理論的根拠とする通時的予算制約式 (19) 式を用いて財政政策の物価水準への影響を考察する。

3-2 財政政策ルール

説明の簡単化のために、想定する経済では政府債務のうち国債残高に比して貨幣残高の割合が無視できるほどに小さいと仮定する。この仮定はキャッシュレス経済を意味するのではない。取引には貨幣が使用されるが、期を跨いで貨幣が保有されることはないとする仮定であり、前節の定義に基づけば $s_t^m = 0$ を意味する。ここでは $s_t^f + s_t^m \equiv s_t$ と定義して、 s_t が統合政府の t 期の実質財政余剰を表すとする。 $s_t^f + s_t^m = s_t$ を通時的予算制約式 (19)

⁸ 家計が無限先の時点で借金を残して死ぬことはできないという条件 (No Ponzi-game Condition) は $\lim_{j \rightarrow \infty} Q_{t,t+j} [M_{t+j}^d + B_{t+j}^d] \geq 0$ である。家計の効用関数は非飽和であるからだれも金融資産を残して死ぬことはないから $\lim_{j \rightarrow \infty} Q_{t,t+j} [M_{t+j}^d + B_{t+j}^d] = 0$ の横断性条件が得られる。この式を政府部門から見ると (18) 式となる。

式に代入すると次式を得る.

$$\frac{A_{t-1}}{p_t} = \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r} \right)^j s_{t+j} \quad (21)$$

統合政府の財政政策ルール：各期首の実質財政余剰の目標値を一定水準 \bar{s} とする.

財政政策ルールを式で表すと $s_t = \bar{s}$ となる. このルールの意味するところは, 政府は財政余剰の目標水準を予め定め, 実際の財政余剰がこの目標値を上回った場合には減税, および政府支出の増大により財政余剰を減少させ, 逆の場合で目標値を下回った場合には増税, 国債の増発, 政府支出縮小等で $s_t = \bar{s}$ を達成することである. 財政政策ルール $s_t = \bar{s}$ を (21) 式に代入し, 無限等比数列の和の公式を用いると, 以下の式を得る⁹.

$$\frac{A_{t-1}}{p_t} = \frac{1+r}{r} \bar{s} \quad (22)$$

(22) 式の右辺は一定値であり, また左辺の分子の A_{t-1} は t 期の期首にはすでに決まっている値であるから, t 期の物価水準 p_t は (22) 式の唯一の解 p_t^* として求められることになる. (22) 式から均衡物価水準 p_t^* を求めると次式となる.

$$p_t^* = \frac{rA_{t-1}}{1+r} \cdot \bar{s} \quad (23)$$

以上より, 上記の財政政策ルールの下では任意の t 期の物価水準 $p_t (\neq p_t^*)$ の下では, 政府の予算制約式が必ず成立することを必要とはしていないと言える. このような政策は FTPL 理論では上で定義した Non-Ricardian 型財政政策ルールに分類される.

最後に, 上の財政政策ルールの下での実質政府債務の経路を求める. 説明の簡潔化のため t 期首に存在する実質政府債務残高を $A_{t-1}/p_t \equiv a_t$ と表し, これを(22)式に代入し, さらに t 期に関する(22)式に $t+1$ 期に関する(23)

式を代入するという手続きを繰り返すことにより, 以下の差分方程式を導出する¹⁰.

$$a_{t+1} = (1+r)(a_t - s_t) \quad (24)$$

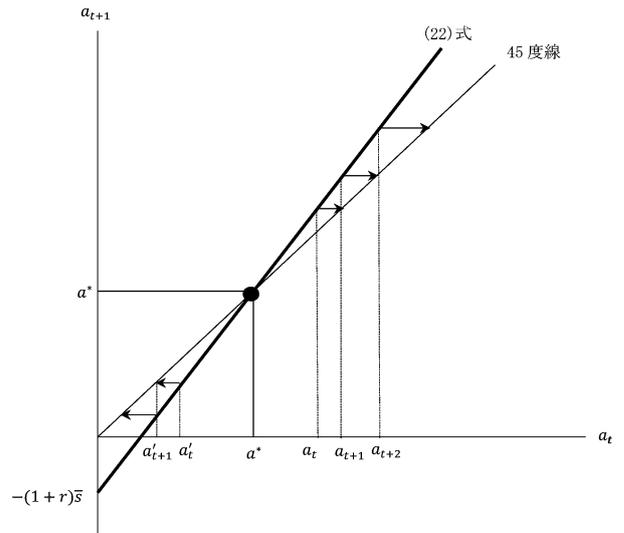
(24) 式に財政政策ルール $s_t = \bar{s}$ を代入すると次式を得る.

$$a_{t+1} = (1+r)(a_t - \bar{s}) \quad (25)$$

先に述べた横断性条件 (18) 式に (16) 式を用いて実質政府債務に関する横断性条件を求めると次式となる¹¹.

$$\lim_{j \rightarrow \infty} \frac{a_{t+j}}{(1+r)^j} = 0 \quad (26)$$

図-1は差分方程式(24)式から得られる a_t の経路を示している. (24) 式は傾きが $1+r (>1)$ であるから45度線より傾斜が大きな直線で描かれる. よって, t 期の実質政府債務残高 a_t が交点の a^* より大きい場合には, 実質政府債務残高は図に示すように時間の経過に伴い $a_t < a_{t+1} \dots$ と増大する. この場合は横断性条件(26)式が



⁹ 無限等比数列の和の公式より $\sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r} \right)^j = \frac{1+r}{r}$ が求められる.

¹⁰ $a_t = \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r} \right)^j s_{t+j} = s_t + \frac{1}{1+r} s_{t+1} + \frac{1}{(1+r)^2} s_{t+2} + \frac{1}{(1+r)^3} s_{t+3} + \dots$ (a)

(a) 式から a_{t+1} を求める. $a_{t+1} = s_{t+1} + \frac{1}{1+r} s_{t+2} + \frac{1}{(1+r)^2} s_{t+3} + \frac{1}{(1+r)^3} s_{t+4} + \dots$ (b)

(a) 式の両辺を $(1+r)$ 倍する. $(1+r)a_t = (1+r)s_t + s_{t+1} + \frac{1}{1+r} s_{t+2} + \frac{1}{(1+r)^2} s_{t+3} + \dots$ (c)

(b)-(c) より, (23) 式を得る.

¹¹ (16) 式, $Q_{t,t+j} = \frac{p_t}{(1+r)^j p_{t+j}}$ を $\lim_{j \rightarrow \infty} Q_{t,t+j} A_{t+j} = 0$ に代入すると

$\lim_{j \rightarrow \infty} Q_{t,t+j} A_{t+j} = \lim_{j \rightarrow \infty} \frac{p_t}{(1+r)^j p_{t+j}} A_{t+j} = p_t \lim_{j \rightarrow \infty} \frac{1}{(1+r)^j} \frac{A_{t+j}}{p_{t+j}} = 0$. よって, $\lim_{j \rightarrow \infty} \frac{1}{(1+r)^j} \frac{A_{t+j}}{p_{t+j}} = \lim_{j \rightarrow \infty} \frac{a_{t+j}}{(1+r)^j} = 0$ を得る.

成立しないことになる。逆に、実質債務残高が $a_t < a^*$ の場合には、実質政府債務残高は逓減し (24) 式を満足する値には収束しない。よって、実質政府債務残高の定常均衡値は図の交点で表される a^* のみと言える。式で表すと次式となる。

$$a^* = A_{-1}/p^* = \left(\frac{1+r}{r}\right)\bar{s} \quad (27)$$

要約すると、上記の財政ルールの下では 0 期に財政ルールが実行されるならば、0 期の物価水準 p_0 が (27) 式の物価水準 p^* にジャンプし、その後もその水準を維持し続けることになる。

4. 長期国債の導入

4-1 長期国債が存在する経済

以上では満期 1 年の短期国債のみが存在する経済を想定していたが、本節では、短期のみでなく満期が k 期 ($k \geq 2$) の長期国債も発行される経済について分析する¹²。ここで想定する長期国債はゼロクーポン債とする¹³。まず、 $t+j$ 期に満期を迎える国債の $t-1$ 期末における名目残高を $B_{t-1}(t+j)$ で表し、 $t+j$ 期に満期を迎える国債の t 期の価格を $q_t(t+j)$ と表す。短期国債と同様に長期国債の償還価格も 1 と仮定し、 $q_t(t)=1$ とする。説明の簡単化のために、引き続き $s_t^m=0$ を仮定する。以上の前提の下で長期債が存在する経済における統合政府の名目財政余剰を求めると次式となる。

$$B_{t-1}(t) - \sum_{j=1}^{\infty} q_t(t+j)[B_t(t+j) - B_{t-1}(t+j)] = p_t s_t^f \quad t=1, 2, \dots \quad (28)$$

(28) 式の左辺の第 1 項は t 期に満期を迎える国債の名目値であり、第 2 項は t 期の新発国債の名目値から既発行国債の名目値を差し引いた差額を表している。

前節の家計の最大化条件 (3) 式の導出と同様の手続きで長期債も存在する経済における最大化問題を解くと、一階の条件式から長期国債の価格については以下の式が成立する¹⁴。

$$q_t(t+j) = \frac{\beta^j u'(c_{t+j})}{u'(c_t)} \frac{p_t}{p_{t+j}} \quad (29)$$

引き続き消費は每期一定と仮定すると、(29) 式から長期国債の価格は $q_t(t+j) = \beta^j p_t/p_{t+j}$ となる。さらに、得られた長期国債価格を (28) 式に代入すると t 期の実質財政余剰 s_t^f が次式で求められる。

$$\frac{B_{t-1}(t)}{p_t} - \sum_{j=1}^{\infty} \beta^j \frac{1}{p_{t+j}} [B_t(t+j) - B_{t-1}(t+j)] = s_t^f \quad (30)$$

(30) 式は、左辺第 1 項が t 期に満期を迎える国債に対する実質償還費、第 2 項が t 期において新たに発行する国債から得られる実質収入額であり、これらの差額が右辺の実質財政余剰に等しくなることを示している。(30) 式より t 期から $t+j$ 期 ($j=1, 2, \dots$) の実質財政余剰の総和を求めると、次式が得られる。

$$\frac{B_{t-1}(t)}{p_t} + \sum_{j=1}^{\infty} \beta^j \frac{1}{p_{t+j}} B_{t-1}(t+j) = \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j s_{t+j}^f \quad (31)$$

4-2 長期国債による物価水準への影響

(31) 式は国債の満期構成と物価水準の関係を提示している。まず、理解を容易にするため、Cochrane (2001) に従って統合政府は各期満期 k 期 ($k > 1$) の長期国債のみを発行する政策を実施すると考える。この政策では以下の式が成り立つ。

$$B_t(t+k) = B_{t+1}(t+k) = \dots = B_{t+k-1}(t+k) \quad (32)$$

よって、 t 期の実質財政余剰 (フローの値) を求めると次式となる。

$$\frac{B_{t-k}(t)}{p_t} - \frac{\beta^k B_t(t+k)}{p_{t+k}} = s_t \quad (33)$$

(33) 式は k 期の差分方程式でありこの解は以下の式となる。

$$p_t = \frac{B_{t-k}(t)}{\sum_{j=0}^{\infty} \beta^{jk} s_{t+jk}} \quad (34)$$

(32) 式を用いると、(34) 式は次式で書き換えられる。

$$p_t = \frac{B_{t-1}(t)}{\sum_{j=0}^{\infty} \beta^{jk} s_{t+jk}} \quad (35)$$

(35) 式は、短期債券のみが存在する経済における物価水

¹² Cochrane (2001) のモデルに基づく。

¹³ ゼロクーポン債とは、毎期の利子支払いがなく満期までの利子に相当する金額があらかじめ債券の額面価格から差し引いた価格で発行され、満期時に額面価格で償還される債券である。

¹⁴ $B_t(t+j)$ が存在する経済では、家計の最大化問題の一階の条件式から以下の 3 式が得られる。

$u'(c_t) = \lambda_t p_t \dots \textcircled{1}$, $\beta^j u'(c_{t+j}) = \lambda_{t+j} p_{t+j} \dots \textcircled{2}$, $\lambda_{t+j} = \lambda_t q_t(t+j) \dots \textcircled{3}$

以上の 3 式から λ_t , λ_{t+j} を消去すると (29) 式が導出される。

準の式(21)式を一般化した式と言える¹⁵。(35)式の右辺の分子は t 期にはすでに与件とされる $t-1$ 期の政府債務残高である。異なるのは右辺の分母で表される k 期ごとの財政余剰 s_{t+jk} の流列である。言い換えると政府による国債の満期構成政策が t 期の物価水準に影響を及ぼすことを表している。

5. まとめ

統合政府の財政政策を簡潔に述べると、 $t-1$ 期末の名目国債残高を所与として将来に渡る財政余剰の流列 $\{s_{t+k-1}\} k \geq 1$ および国債の満期構成(国債管理政策) $\{B_{t+k-1}(t+h)\} k \geq 1, h \geq k$ を決定することと言える。FTPL理論は t 期の一般物価水準が統合政府による以上の財政政策により決定されることを理論的に提示している。

一方、FTPL理論については、幾人かの経済学者から理論的に誤りがあるとの意見が出されている¹⁶。誤りと指摘される点は、統合政府の予算制約式の扱いが通常の理論モデルの家計、企業そして政府の予算制約式の扱いと異なっていることである。通常の経済モデルでは常に予算制約式の下で家計は効用最大化、企業は利潤最大化を行い、また、政府も予算制約式の下で想定する政策を実行すると考える。FTPL理論における予算制約式の扱いについては一層慎重な検討が必要とされる。

もう一つの批判はFTPL理論で扱う政府債務が金融当局と財政当局を結合した統合政府の債務として定義されている点である。それぞれの予算制約式を都合よく結合して政府債務とすることに批判が向けられている。FTPLの誤りとされる箇所について必要とされる分析は今後の研究課題としたい。

参考文献

- Buiter, Willem H. (2002) "The Fiscal Theory of the Price Level: A Critique," *Economic Journal*, Vol. 112, pp. 459-480.
- Cochrane, John H. (2001) "Long Term Debt and Optimal Policy in the Fiscal Theory of the Price Level," *Econometrica*, Vol. 69, pp. 69-116.
- 土居丈朗 (2000) 「我が国における国債管理政策と物価水準の財政理論」井堀利宏・加藤竜太・中野英夫・中里透・土居丈朗・佐藤正一(編)『財政赤字の経済分析：中長期的視点からの考察』経済企画庁経済研究所
- Leeper, Eric M. (1991) "Equilibria under 'Active' and 'Passive' Monetary Policies," *Journal of Monetary Economics*, Vol. 27, No. 1, pp. 129-147.
- 河越正明・広瀬哲樹 (2003) FTPL (Fiscal Theory of Price Level) を巡る論点について *ESRI Discussion Paper Series* No. 35.
- Krugman, Paul (1998) "It's Baaack: Japan's Slump and the Return of the Liquidity Trap," *Brookings Papers on Economic Activity* 2: 1998, pp. 137-187.
- Krugman, Paul (2000), "Thinking about the Liquidity Trap," *Journal of the Japanese and International Economics* 27, pp. 129-147.
- Sims, Christopher (1994) "A Simple Model for the Study of the Determination of the Price Level and the Interaction of Monetary and Fiscal policy," *Economic Theory*, Vol. 4, pp. 381-399
- Sims, Christopher (2016) "Fiscal Policy, Inflation, and Central Bank Independence," *Designing Resilient Monetary Policy Frameworks for the Future*. Federal Reserve Bank of Kansas City Economic Conference Proceedings, 2016 Jackson Hole Symposium.
- 渡辺努・岩村充 (2004) 一橋大学経済研究叢書『新しい物価理論』岩波オンデマンドブックス
- Walsh, Carl (2017) *Monetary Theory and Policy*, MIT Press.
- Woodford, Michael (1994) "Monetary Policy and Price Level Determinacy in a Cash in Advance Economy," *Economic Theory*, Vol. 4, pp. 345-380.
- Woodford, Michael (1995) "Price Level Determinacy without Control of a Monetary Aggregate," *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, Vol. 43, pp. 1-46.

¹⁵ (21)式は $\frac{A_{t-1}}{p_t} = \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r}\right)^j s_{t+j}$ であり、(7)式 $1/(1+r) = \beta$ を代入して書き換えると $p_t = \frac{A_{t-1}}{\sum_{j=0}^{\infty} \beta^j s_{t+j}}$ を得る。本節では政府債務については $B_{t-1} = A_{t-1}$ と仮定しているため、(35)式は(21)式を一般化した式である。

¹⁶ Buiter (2002) が挙げられる。