

ドップラーシフトしたサイクロトロン共鳴電子のセパラトリックス近傍の軌道について

池 田 慎

1. 序論

地球磁気圏に侵入した単色ホイスラーモード波と、ドップラーシフトしたサイクロトロン共鳴相互作用をする電子群の軌道について検討する。特にホイスラーモードサイドバンド波の生成に関して、位相図上の、所謂セパラトリックス近傍の軌道は重要な影響を与えると予想される。そこで、セパラトリックスの極めて近傍の軌道を詳細にラベリングし、それらの軌道の振舞いを数値計算で明らかにする。使用する方程式は、振子方程式と擾乱方程式の新しく提案された結合方程式系である。その結果として、ホイスラーモードサイドバンド波の自己励起過程の可能性が検討されるであろう。

2. 計算 モデル

考えている系では、外部磁場、コールドプラズマ密度、入射ホイスラーモード波の振幅はいずれも一定であると仮定している。方程式は、単色ホイスラーモード波とドップラーシフトした非線形サイクロトロン共鳴の下での、電子の運動方程式である。それらはホイスラーモード共鳴速度 V_R

2 ドップラーシフトしたサイクロトロン共鳴電子のセバトリックス近傍の軌道について 池田 愼
 で動く座標系で記述される^{1), 2)}。

$$\frac{dU_{\perp}}{dt} = [U_z - \frac{\Omega_0}{k}] \omega_1 \sin \xi \quad (1)$$

$$\frac{dU_z}{dt} = -U_{\perp} \omega_1 \sin \xi \quad (2)$$

$$\frac{d\xi}{dt} = kU_z + \frac{U_z - \frac{\Omega_0}{k}}{U_{\perp}} \omega_1 \sin \xi \quad (3)$$

Laboratory Coordinate System

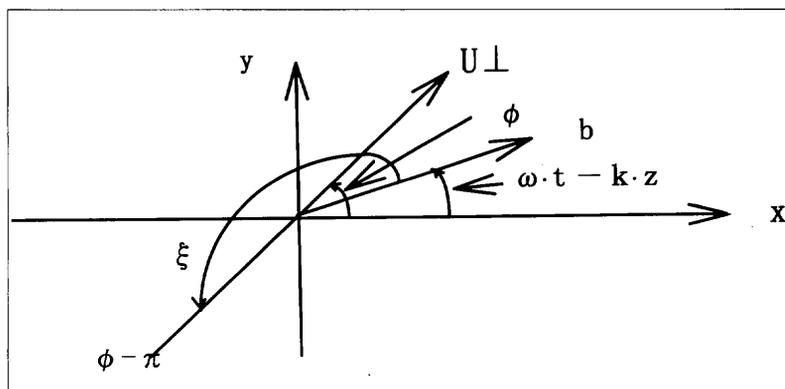


図1 実験室系でのパラメータ間の関係図

座標系は実験室系で図1に示されている。共鳴電子の磁場に垂直な成分 U_{\perp} と平行な成分 U_z ，そして位相 ξ は，振子の方程式に従う成分 $U_{\perp 0}$ ， $U_{z 0}$ ， ξ_0 と，それらに加わる擾乱項 $U_{\perp 1}$ ， $U_{z 1}$ ， ξ_1 に分離される。

$$U_{\perp} = U_{\perp 0} + U_{\perp 1} \quad (4)$$

$$U_z = U_{z 0} + U_{z 1} \quad (5)$$

$$\xi = \xi_0 + \xi_1 \quad (6)$$

これらの変数の従う方程式は，厳密に次のように表される。

$$\frac{d\xi_0}{dt} = kU_{z 0} \quad (7)$$

$$\frac{dU_{z 0}}{dt} = -U_{\perp 0} \omega_1 \sin \xi_0 \quad (8)$$

$$U_{\perp 0} = \text{constant} \tag{9}$$

$$\frac{dU_{\perp 1}}{dt} = (U_{z0} + U_{z1} - \frac{\Omega_0}{k}) \omega_1 \sin(\xi_0 + \xi_1) \tag{10}$$

$$\frac{dU_{z1}}{dt} = -2U_{\perp 0} \omega_1 \sin \frac{\xi_1}{2} \cos(\xi_0 + \frac{\xi_1}{2}) - U_{\perp 1} \omega_1 \sin(\xi_0 + \xi_1) \tag{11}$$

$$\frac{d\xi_1}{dt} = kU_{z1} + \frac{U_{z0} + U_{z1} - \frac{\Omega_0}{k}}{U_{\perp 0} + U_{\perp 1}} \omega_1 \cos(\xi_0 + \xi_1) \tag{12}$$

ω と k はホイスラーモード波の角振動数と波数である。 Ω_0 は地球磁場に対する電子サイクロトロン角振動数、 ω_1 はホイスラーモード波の波動磁場 b に対する電子サイクロトロン角振動数である。

3. 共鳴電子の軌道

方程式系 (7) ~ (9) で決まる 0 次の軌道成分 ($U_{\perp 0}$, U_{z0} , ξ_0) は、楕円関数で与えられ、その $U_{z0} - \xi_0$ 位相図は図 2 に示されている。軌道

ホイスラー波と共鳴相互作用する電子の振子の運動方程式に従う $U_{z0} - \xi_0$ 図

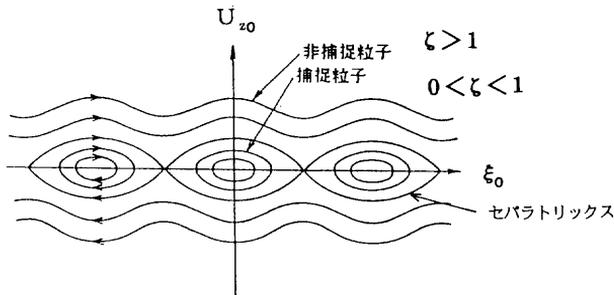


図 2 振子方程式の解の位相図 ($U_{z0} - \xi_0$)

は楕円関数の母数 ζ でラベリングされる。 $0 < \zeta < 1$ で与えられる 0 次の軌道群は捕捉電子を表し、 $\zeta > 1$ で与えられる 0 次の軌道群は非捕捉電子

4 ドップラーシフトしたサイクロトロン共鳴電子のセパトリックス近傍の軌道について 池田 慎

を表している。捕捉電子と非捕捉電子の境界は $\zeta = 1$ で与えられ、セパトリックスと呼ばれる。実際の軌道は、上記の軌道に、(10) ~ (12) の方程式系で与えられる擾乱 ($U_{\perp 1}$, U_{z1} , ξ_1) が重なる。身近な物理現象に対応させると、図 2 に示されているセパトリックスの内側の軌道群は振子の振動に対応し、外側の軌道群は振子の回転に対応している。

実験室系では、地球磁場は z 方向、ホイスターモード信号も z 方向、共鳴速度は $-z$ 方向に向かう。この場合、波動ベクトル b と垂直速度ベクトル U_{\perp} は波動の進行方向 (z 方向) に対して右回りに回転している。ただし波動の電磁場ベクトルは角振動数 ω で回転し、電子は角振動数 Ω_0 ($> \omega$) でサイクロトロン運動している。

一方、共鳴速度 V_R の座標系では、共鳴速度 V_R に近い速度で運動する捕捉電子の U_{\perp} は b に反平行になる傾向があり、 $U_{z0} = 0$, $\xi_0 = 0$ の周りで振動する。この場合捕捉電子の U_{\perp} は波動と共に回転している。この時セパトリックス近傍で、共鳴速度 V_R に近い速度で運動する非捕捉電子の U_{\perp} も、 $U_{z0} = 0$, $\xi_0 = \pm \pi$ で停留し、 b に平行に長時間波動と共に回転する。これらは、それらの電子が波動と共鳴している事を意味している。非捕捉電子の U_{\perp} が b に近づく時、つまり $\xi_0 = \pm \pi$ の時、位相変化 $d\xi_0/dt$ は非常に小さくなっている。図 2 の位相図においては、ローレンツ力ベクトル $-eU_{\perp 0} \times b$ だけしか考慮されていないが、この項はほとんど 0 である。しかしながら共鳴速度の座標系では、ベクトル $(V_R - \omega/k) \times b$ の電場が相対的に現われ、この効果を擾乱として考慮する必要が生じてくるのである。それらは方程式系 (10) ~ (12) の中に現われている。

次に、数値積分して変数間の時間変動を調べる。初期条件は $t = 0$ で、 $\xi_0 = 0$, $U_{\perp 0} = \text{一定}$ である。

$\zeta > 1$ の非捕捉電子に対しては、セパトリックスの下側の電子を考える。

$$U_{z0} = -\frac{2\zeta}{k} \sqrt{kU_{\perp 0} \omega_1} \operatorname{dn}\left(\sqrt{kU_{\perp 0} \omega_1} \zeta t; \frac{1}{\zeta}\right) \quad (13)$$

$0 < \xi < 1$ の捕捉電子に対しては、

$$U_{z0} = \frac{2\xi}{k} \sqrt{kU_{\perp 0} \omega_1} \operatorname{cn}(\sqrt{kU_{\perp 0} \omega_1} t; \xi) \quad (14)$$

The Coordinate System Fixed at The Resonant Velocity

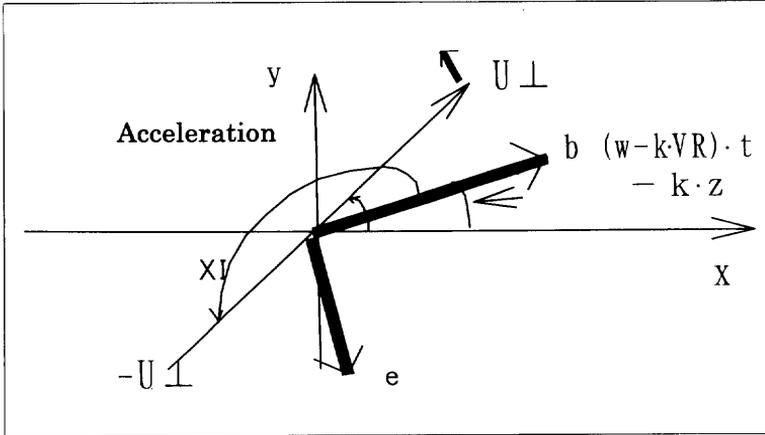


図3 ドップラーシフトしたサイクロトロン共鳴速度の座標系

電場 e により、 U_{\perp} は加速・減速を被る。 $\xi = \pm \pi$ (停留点) で電場 e の影響は大きくなる。

与えられる。さらに、擾乱 $U_{\perp 1} = 0$ 、 $U_{z1} = 0$ 、 $\xi_1 = 0$ の初期条件を考える。 dn 関数、 cn 関数は楕円関数である。便宜上、非捕捉電子に対しては、 $U_{z0} = 0$ の軸の下領域を考え、捕捉電子に対してはその軸の上下領域を考える。非捕捉電子は、 $U_{z0} = 0$ の軸の上下で非対称的に振舞う。

共鳴速度 ($V_R < 0$) の座標系で現われる電場 $e = (V_R - \omega/k) \times b$ は、図3に示されている。非捕捉電子に対して、この電場による加速効果は速度ベクトル U_{\perp} の b に対する回転が静止する点、停留点 ($\xi = \pm \pi$) 付近で大きくなる。つまりこの停留点付近での滞在時間が長いため、この付近で加速による U_{\perp} の変動が顕著になる。図3において、 U_{\perp} は b に対して右回りに回転しているが、つまり ξ (ξ_0) の負の方向に進んでいる。ところがこの電場による加速は ξ (ξ_1) の正の方向への回転を促進している。

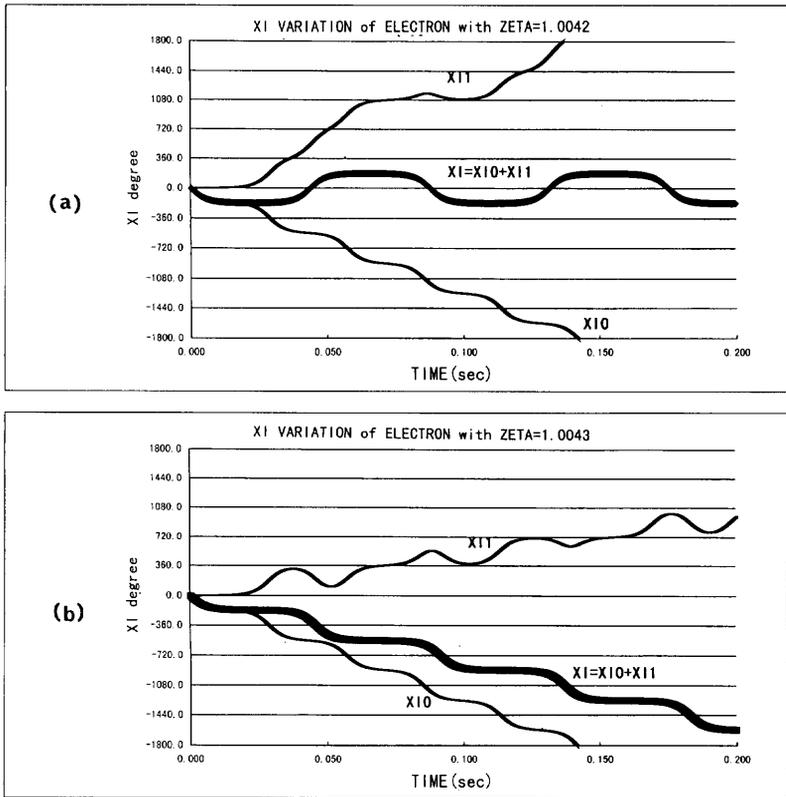


図4 (a) $\zeta=1.0042$ の非捕捉電子の位相 (ξ_0 , ξ_1 , ξ) 変化
 (b) $\zeta=1.0043$ の非捕捉電子の位相 (ξ_0 , ξ_1 , ξ) 変化

もし ξ_0 と ξ_1 が同程度ならば, $\xi = \xi_0 + \xi_1$ はあまり変動せず, 電子は捕捉状態になる事を暗示している。この結果が $\zeta=1.0042$ に対応する図4 (a) に示されている。一方 $\zeta=1.0043$ に対応する場合は, U_{z0} の振動周期が (13) 式の dn 関数から解るように, $\zeta=1.0042$ に比べて短くなる。つまり停留点付近の滞在時間が短くなり, 結果的に加速の影響が小さくなる。図4 (b) に示されているように, ξ_1 の増加の割合は, 図4 (a)の増加の割合より小さくなる。それは電子を捕捉させるには不十分で, 非捕捉状態が維持されたままである事を意味している。

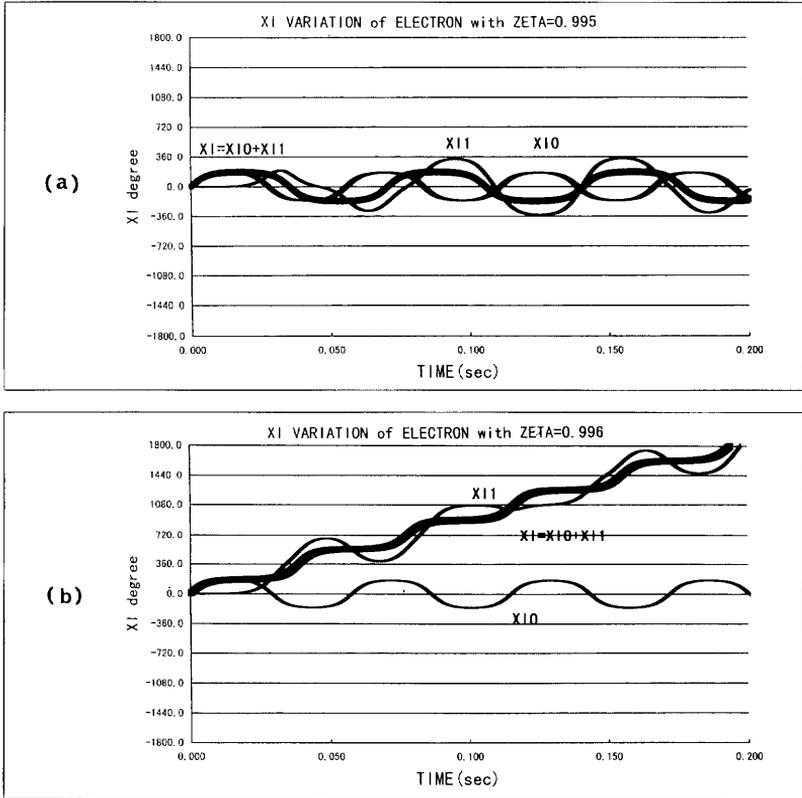


図5 (a) $\zeta = 0.995$ の捕捉電子の位相 (ξ_0, ξ_1, ξ) 変化
 (b) $\zeta = 0.996$ の捕捉電子の位相 (ξ_0, ξ_1, ξ) 変化

捕捉電子 $\zeta = 0.996$ の場合も同様に考える事ができる。図5 (b) に示されているように、 $\xi = \pi$ 付近で U_{\perp} は電場 e により加速され、変動分 $\Delta \xi_1 > 0$ となる。ところが ξ_0 はこの近くで反転し、減少し、変動分 $\Delta \xi_0 < 0$ となる。もし $\Delta \xi_1 > |\Delta \xi_0|$ であるならば、そのまま反転せずに回転する事になり、非捕捉電子になる事を意味する。 $\zeta = 0.995$ の捕捉電子は、 cn 関数の特性により停留点 $\xi = \pi$ 付近に滞在する時間が短くなり、加速効率が不十分で、 $\Delta \xi_1 < |\Delta \xi_0|$ となり、捕捉状態を維持する。この様子が図5 (a) に示されている。

使われた計算パラメータは、以下のように与えられている。

キャリアー信号の周波数	2.5kHz
キャリアー信号の飽和振幅磁場	11mγ
キャリアー信号の波長	2.8km
L 値	5.0
地球磁場強度	245γ
電子サイクロトロン周波数	6.84kHz
コールド電子密度	250/cc
共鳴電子の地球磁場に垂直なエネルギー E_{\perp}	0.75keV
共鳴電子の地球磁場に垂直な速度 U_{\perp}	$1.62 \times 10^7 \text{m/sec}$
共鳴電子の地球磁場に平行な速度 $ V_R $	$1.21 \times 10^7 \text{m/sec}$
積分ステップ Δt	$5.0 \times 10^{-9} \text{sec}$

以上のようにセパラトリックス近傍では、捕捉電子のある領域の軌道をもつ電子は加速により非捕捉電子になり、非捕捉電子のある領域の軌道をもつ電子は減速により捕捉電子になる。このようにセパラトリックス近傍の電子の軌道は、複雑な軌道を描く事が分る。つまりセパラトリックス近傍で、3次元的なねじれが作られているように見える。これは単色ホイスターモード波と共鳴している電子の特徴的な軌道特性であり、簡単な振子運動との違いを生み出し、何らかのスペクトル上の違いをもたらす可能性がある。

例えば非捕捉電子がサイドバンド波を放射すると仮定する。この時非捕捉電子が捕捉されるという現象は、スペクトル上でキャリアー信号との間のギャップをもつサイドバンド波を生成するという現象を意味する。何故なら、非捕捉電子の軌道、特にその時間変化がサイドバンド波の周波数を決定すると想像されるからである。そのに関する軌道の周期は図6に示されている。サイドバンド波の周波数は近似的にその周期の逆数で与えられると想像される。

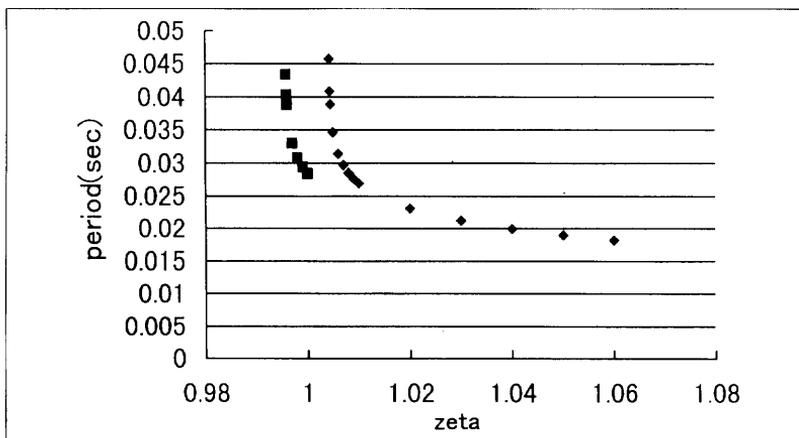


図6 非捕捉電子の回転周期

4. 議論と結論

U_{\perp} が時間変動する場合、単色ホイスラーモード波とそれと共鳴する電子のパラメータ (U_z , ξ) が作る軌道位相図は、あまり公表されていない。電力線放射の高調波を念頭において、Sa' (1989)³⁾や Matsoukis et al. (1998)⁴⁾は周波数の異なる2種類以上の単色ホイスラーモード波と共鳴電子が作る位相図を公表し、軌道のカオス的な振舞いを示した。しかしながら、彼らは1本の単色ホイスラーモード波が作る、セパラトリックスの極めて近傍の軌道については詳しくは言及していない。

この論文では次のような結論が得られた。

- (1) セパラトリックスの極めて近傍では、 $\xi = 1.0 \sim 1.0042$ の軌道群は捕捉電子軌道群に対応し、 $\xi = 0.996 \sim 1.0$ の軌道群は非捕捉電子軌道群に対応する。このように、セパラトリックスの極めて近傍では軌道群の3次元的交換が生じている。
- (2) 非捕捉電子が放射するホイスラーモードサイドバンド波の放射スペクトルは、セパラトリックス近傍の軌道の影響を受ける可能性がある。

10 ドップラーシフトしたサイクロトロン共鳴電子のセパトリックス近傍の軌道について 池田 愼
る。

サイドバンド波の周波数と振幅を詳細に決定するには、セパトリックスの近傍の、共鳴電子の軌道に沿って位相積分した電流を求める必要がある。(10) ~ (12) の非線形方程式系から、その位相積分した電流成分はゼロにはならないと想像される。しかしながら、この考え方による電流強度は、観測されるには小さすぎる可能性もあり、不安定になる可能性もある。したがって紹介したモデルを確かなものとするには、将来詳しい位相積分電流を計算し、単色ホイスラーモードとスペクトル変化を一層詳細に研究する必要があると思われる。

謝辞

この研究は、筆者が武蔵大学国外研究員として、1994年から1995年にかけてスタンフォード大学に滞在していた時に着想され、その後発展したものです。スタンフォード大学の多くの方々に感謝の意を表したいと思いません。京都大学宙空電波科学研究センターの松本紘教授、橋本弘蔵教授、大村善治教授には貴重なアドバイスと問題点を指摘して頂き、大変感謝致しております。又インド、F.G.M. Government College の Dinesh Pal Singh 博士からは激励を頂き、深く感謝致します。最後に、武蔵大学において多くの点で協力して頂いた学生、教員、スタッフの皆様には心から御礼申し上げます。有難うございました。

【註】

- 1) 池田 愼, 武蔵大学人文学会雑誌, 第28巻, 第4号, 裏43 (1997)
- 2) M. Ikeda, Proceedings of The Fifth International School/Symposium for Space Simulation, P21 (1997)
- 3) L. A. D. Sa', J. Appl. Phys. 66, 3482 (1989)
- 4) S. K. Matsoukis, Geophys. Res. Lett., 25, 265 (1998)

(2001年10月15日 受理)