波動結合方程式を使用した HF帯電波フルウェイブ積分

池 田 愼

1. 序論

極域電離圏では、オーロラ活動に伴い 2.0MHz 程から 5.0MHz 程の HF 帯電波が発生し (Kellog and Monson [1979]¹⁾, Weatherwax et al. [1994]²⁾, [1995]³⁾, Hughes and LaBelle [1998]⁴⁾)、地上でもRモードとLモードの 両方の HF 帯電波が観測される事が確認されている。

これは以前の論文でも指摘したように、下部電離層における電子密度増加によるRモードカットオフを越えて(トンネル効果)、生成された電波が地上まで到達する可能性がある事を示している(池田 [2000]⁵)。もちろん地上で観測されるHF帯電波がLモードであったとしても、Rモードカットオフを越えた可能性を否定する事はできない。この現象を説明するには、伝搬通路にプラズマ振動・UHRなどの共鳴点や密度不均質を導入し、物理量の勾配が大きくなった時の分反射や、媒質中に存在する波源によるモード変換が考慮される一階微分方程式のフルウェイブ積分(モード結合方程式)を解く事が、必要となる。又別の論文においては、このフルウェイブ計算アルゴリズムと Booker 4 次方程式の解の振る舞いを報告した(池田 [2004]⁶)。

前回までの論文^{5),6)}で、高度 100 km から 150 km までの各種プラズマ特 性周波数の高度分布の結果を図1のように示した。さらに、このフルウェ



図1 各種プラズマ特性周波数の高度分布



1. Coupled wave equations

$$\frac{d}{kdz}\vec{f} + iQ \bullet \vec{f} = \Gamma \bullet \vec{f} \tag{1}$$

Amplitude vector $\vec{f} = (f_1, f_2, f_3, f_4)^T$ (2)

- f_1 : downgoing L mode
- f_2 : downgoing R mode
- f_3 : upgoing R mode
- f_4 : upgoing L mode

Eigen values

 $Q = (q_i \delta_{ij})$ i,j=1,2,3,4 (3) Coupling coefficient matrix

$$\Gamma = (\Gamma_{ij})$$
 i,j=1,2,3,4 (4)

2. Field components in the ionosphere $\vec{e} = \sum f_j \vec{s}_j$ (5)

$$\vec{e} = (E_x, -E_y, H_x, H_y)^T$$
(6)

Eigen vectors with unit length

$$\vec{s}_{j} = \frac{1}{N_{j}} (a_{3}q_{j} + a_{4}, A_{j}, q_{j}A_{j}, a_{5}q_{j} + a_{6})^{T} e^{-ik3x} \qquad j=1,2,3,4$$
(7)

301 (124)

イブ計算の方程式系が表1に示されている。これは、地上でHF帯電波が 観測されるためには、オーロラに伴った電子密度ピークが低高度で発生す る必要があるという事と、電波の発生は密度ピーク近くの狭い範囲の波動 不安定な領域であろうとの予想のもとで、この電波発生領域の範囲が設定 された。この論文では、最初の試みとしてこれらの数値積分の結果を紹介 する。

2. モード結合方程式系

線形モード変換を導入するため、媒質は連続的に変化すると考えてい る。そのため、EISCAT レーダーからの電子密度のデータ(EISCAT Scientific Association Annual Report [1987]⁷⁷)が、2次多項式で表され るスプライン関数を用いて補間⁸⁰された。従って、数値データは一階微分 まで連続になる。地球磁場についてはダイポールモデル、さらに適切な衝 突回数分布関数が仮定されて、図1で示される様に各種プラズマ特性周波 数の連続的な高度分布が得られた。この時モード結合方程式における数値 的な連続的微分が、各高度において可能となっている。

この方程式系のフルウェイブ計算アルゴリズムと Booker 4 次方程式の 実数解の振る舞いが、表1と図2で報告されている。このフルウェイブ計 算は、それぞれの高度で、密度不均質に伴うモード結合方程式に従った モード変換が生じる事を表している。表1の方程式系の詳しい説明は池田 [2004]⁶⁾を参照されたい。表1方程式(1)を成分で表すと次のようになる。 例えば、

$$\frac{d}{kdz}f_1 + iq_1f_1 = \Gamma_{11}f_1 + \Gamma_{12}f_2 + \Gamma_{13}f_3 + \Gamma_{14}f_4 \tag{8}$$

 f_1 は下降するLモードの振幅であり、 q_1 はその Booker の4次方程式の解 である。左辺は下降Lモードの平面波を表す項であり、右辺は不均質か ら生じる各モードからの変換を表している。 Γ_{ii} はその変換率を表してい



武蔵大学人文学会雑誌 第38巻第4号

る⁹⁾。それらのモードは線形モード変換から生じる事を表している。以下 の方程式群において、添え字2は下降Rモード、添え字3は上昇Rモード、 添え字4は上昇Lモードに対応する。

$$\frac{d}{kdz}f_2 + iq_2f_2 = \Gamma_{21}f_1 + \Gamma_{22}f_2 + \Gamma_{23}f_3 + \Gamma_{24}f_4 \tag{9}$$

$$\frac{d}{kdz}f_3 + iq_3f_3 = \Gamma_{31}f_1 + \Gamma_{32}f_2 + \Gamma_{33}f_3 + \Gamma_{34}f_4 \tag{10}$$

$$\frac{d}{kdz}f_4 + iq_4f_4 = \Gamma_{41}f_1 + \Gamma_{42}f_2 + \Gamma_{43}f_3 + \Gamma_{44}f_4 \tag{11}$$

さらに VLF 波におけるフルウェイブ法(例えば Nagano et al. [1975]¹⁰⁾) のように、いったん生じたそれぞれの波動はコヒーレントに重なり、伝播 し、再び密度不均質による分反射を被ることになる。この時の線形モード 変換も考慮しなければならない。つまり、密度不均質によって2種類の モード変換を考慮する必要がある。分反射によるモード変換を導入するた め、高度 100 km から 150 km までの電波発生領域を、2 km 毎の 25 層に 分割する事を予定している。この論文では、まず下から第 3 層の 106 km - 104 km の高度範囲のフルウェイブ積分の結果を報告する。



まず、図1の高度分布に対して、使用されたパラメータは表2のように 示される。入射された波動の周波数は5 MHz であり、観測点の地磁気緯 度と経度は、極地方の67.86°と20.44°に仮定された。地磁気は簡単のた めにダイボール磁場と仮定され、伏角は72°に達する。さらに電離層から 脱した場合の波動ベクトルの透過角が10°に仮定されている。不均質のス ケール3 km は、波動の波長70から120 mに比べて非常に大きく、モー ド結合方程式の妥当性を表している。対応する領域の波動の屈折率は、図 2と表2で示されているように、ほぼ0.8から0.9である。計算ステップ0.01 m は、後の計算のために、非常に小さくとられている。

方程式(8)から(11)の積分を次の初期条件の下で実行する。積分はルンゲ・ クッタ法で行われた¹¹⁾。この時、ステップ毎に表1の固有ベクトル \vec{s}_j そ れぞれが、直交化するように補正され、大きさを1にしている。最初の計 算において、高度106kmにおける初期条件は、 $f_1 = 1.0, f_2 = f_3 = f_4 = 0.0$ である。結果として、下降Lモードが入射された場合の下降Lモー ドの振幅が、図3のDLDLのグラフとして示されている。同様に $f_2 = 1.0, f_1 = f_3 = f_4 = 0.0$ の初期条件の下で、下降Rモードが入射された

武蔵大学人文学会雑誌 第38巻第4号

表2 HF帯フルウェイブ計算に使用されたパラメータ

Location (Dipole field)	mag.lat.= 67.86° mag.long.= 20.44°
Dip angle of the geomag. field	$I=72^{\circ}$
Wave frequency	f=5.0MHz
Vertical angle of wave normal	
in the atmosphere	$\phi = 10^{\circ}$
Start height	H_s =106km
End height	H_e =104km
Integration step	h=0.01m
Wave length in the ionosphere	$\lambda \doteqdot 70 \sim 120 \mathrm{m}$
Refractive index	
in the ionosphere	n≒0.8~0.9
Inhomogenity scale	$\frac{N_{e}}{\frac{d}{dN_{e}}} = 3$ km

場合の下降Rモードの振幅が、図3のDRDRのグラフとして示されている。 さらに $f_3 = 1.0$, $f_1 = f_2 = f_4 = 0.0$ の初期条件の下で、上昇Rモードが入射 された場合の上昇Rモードの振幅が、図3のURURのグラフとして示さ れている。最後に $f_4 = 1.0$, $f_1 = f_2 = f_3 = 0.0$ の初期条件の下で、上昇Lモー ドが入射された場合の上昇Lモードの振幅が、図3のULULのグラフと して示されている。いずれも計算後、積分結果のグラフ上の最大値が1に なるように規格化されている。

3. 結果

図1に示されているように、考えている領域ではLモードもRモードも 共に、伝播可能なモードである事が分る。図3に、それらの波動結合方 程式系の計算結果が示されているが、明らかな振幅の変化が見て取れる。 ただしいずれも伝播モードであるから、振幅の変化は2kmの範囲で、わ

ずかに 0.04 以内であり、これらの結果は伝播モードの結果と矛盾しない。 さらに媒質の不均質は波長に比べてそれ程大きくはないので、屈折率も大 きく変わらず、不均質の効果はあまり大きくはなかった。この時上昇モー ドと下降モードはほぼ対称的な振る舞いをしている事が示されている。た だし、下降Lモードより下降 R モードの方が、減衰が大きい。それは、 図1に示されているように、周波数5 MHz の HF 帯電波は、R モードカッ トオフに接近している事によると思われる。

重要な点は、図3に示されているように、コールドプラズマ近似に電子 と中性粒子との衝突回数が導入されているため、いずれの波動モードも、 衝突による減衰も被っている。結果的に、104 km から 106 km に向かっ て、上昇モードの振幅(ULUL, URUR)は減衰しており、下降モードの 振幅(DLDL, DRDR)は増大している。これらには、衝突による減衰効 果も含まれている。以上の結果をまとめて判断すると、これらの計算結果 は互いに矛盾していないと判断され、計算の方法、アルゴリズムの妥当性 を示していると判断される。

ただし、図1に示されているように、波源に対応する共鳴点、あるいは エバネッセントなモードを取り扱う際には様々な問題点が現れ、それらを 克服するような工夫が必要である事が予想される。さらに、将来において は温度を導入して、UHR のような現実味のある波源を導入する必要もあ ると思われる。コールドプラズマ近似においては、共鳴点は衝突による減 衰効果は期待されるが、実際には無限に発散する可能性もあり、結果的に 非常に強度の強い波動が得られるかもしれない。いずれにしても、これら の効果を含めるようなプログラム開発を続ける必要があると思われる。

謝辞

この論文は、名古屋大学太陽地球環境研究所の上出洋介所長のアドバイ スと藤井良一先生のご協力で始まりました。それ以来8年程が経過しまし

296 (129)

たが、なかなか捗らず、多くの方達にご迷惑をお掛けしていると思われま す。大変感謝していると共に、申し訳なく思っております。又 2002 年か ら 2003 年にかけて、当時の国立極地研究所で佐藤夏雄先生をはじめ、多 くのスタッフの方達と共に武蔵大学特別研究員として滞在させて頂き、多 くのアドバイスとご指導を頂きました。その間には、拓殖大学の巻田和男 先生、金沢大学の長野勇先生から貴重なアドバイスを頂き、この論文にお いても活用させて頂きました。重ねて、感謝申し上げます。さらに 2002 年の夏には、当時の宇宙科学研究所の鶴田浩一郎先生の下で、カナダに おいてオーロラ観測と電波の受信を行い、又ケンブリッジ大学 British Antarctic Survey の A. Smith 博士やサザンプトン大学の D. Nunn 教授に 面会し、アドバイスを頂き、非常に貴重な経験をしたと思っております。 鶴田浩一郎先生には心から感謝申し上げております。最後になかなか進ま ない研究を支えてくださった武蔵大学の先生や学生の皆様に、心から御礼 申し上げます。

引用・参考文献

- 1) P. J. Kellog; S. J. Monson, Geophys. Res. Lett. 6, 297 (1979)
- 2) A. T. Weatherwax; J. LaBelle; M. L. Trimpi, Antarctic J., review, 384 (1994)
- A. T. Weatherwax; J. LaBelle; M. L. Trimpi; R. A. Treumann; J. Minow; C. Deehr, J. Geophys. Res., 100, 7745 (1995)
- 4) J. M. Hughes; J. LaBelle, J. Geophys. Res., 103, 14911 (1998)
- 5) 池田 愼、武蔵大学人文学会雑誌、第31巻、第3号、裏P153 (2000)
- 6) 池田 愼、武蔵大学人文学会雑誌、第35巻、第3号、裏P269(2004)
- 7) EISCAT Scientific Association Annual Report 1987, p27 (1987)
- 8) 大野 豊、磯田和男監修、 新版 数値計算ハンドブック、 オーム社、p 701 (1990)
- 9) K. G. Budden, The Propagation of Radio Waves, Cambridge Univ. Press, p482 (1985)
- 10) I. Nagano; M. Mambo; Go. Hutatsuishi, Radio Science, 10, 611 (1975)
- 11) 大野 豊、磯田和男監修、 新版 数値計算ハンドブック、 オーム社、p 568 (1990)