

極域電離圏における HF 帯電波の 波動特性とモード結合計算モデル

池 田 慎

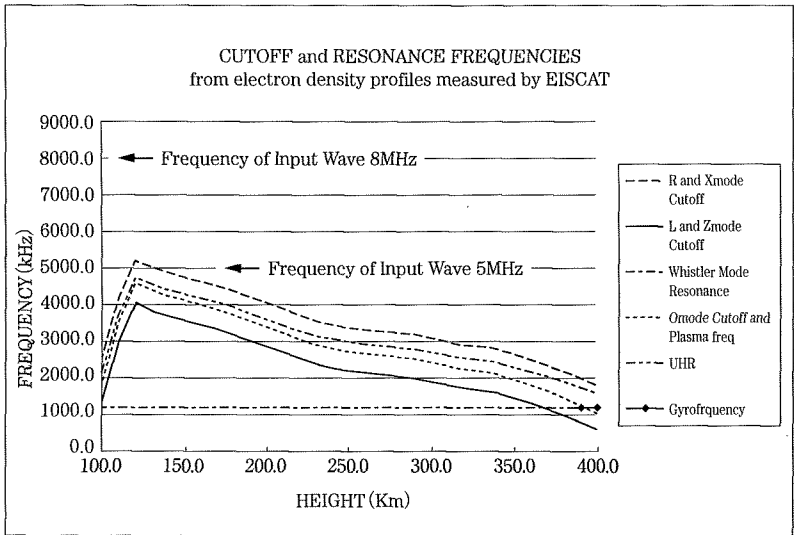
1. 序論

オーロラローアーは、極域電離圏内で生成される HF 帯電波である。この周波数は 2 ~ 5 MHz に広がり、地上においても観測される。地上で観測されるオーロラローアーの生成メカニズムを検討する為、現在、電離圏中 150km の高度から周波数 5 MHz と 8 MHz の R-X モード波を入射させ、フルウェイブ法と Budden (1985)¹⁾によるモード結合方程式を使って、地上に向けてこの HF 帯電波を伝搬させるプログラムを開発している。現在オーロラローアーについてはいくつかのモデルが提案されているが、ここでは Yoon et al. (1998)²⁾, Hughes and LaBelle (2001)³⁾のモデルに従い、仮に UHR 周波数が入射周波数 (5 MHz) と、サイクロトロン周波数の 5 倍に一致するモデルを使って、フルウェイブ法でこの HF 帯電波の高度分布が求められる可能性を検討する。最初の試みとして、コールドプラズマを仮定し、電離圏中下降、上昇する L モード (z モードも含む) と R モード (UHR 波も含む) の Booker 4 次方程式の解 q_i の高度プロファイルを示し、この計算プログラムの妥当性を検討する。ただし、入射 HF 帯電波の生成等については、この論文では言及しない。

電子密度分布は EISCAT レーダー (EISCAT Scientific Association Re-

port 1987)⁴⁾によって得られた分布を仮定し、地球磁場についてはダイポールモデルを使った。さらに適切な衝突回数分布を仮定した。各種プラズマ特性周波数の高度分布が図1に示されている(池田 2000)⁵⁾。これらの分布は、高度方向(z方向)の1階微分まで連続になるように、各高度のデータはスプライン法で補間されている。ただし、以下の作図において、高度は地上から上向きに0 km、入射高度を150kmに変換された。

図1 各種プラズマ特性周波数の高度分布



2. 計算モデル

各高度 z において、Budden (1985)¹⁾によるモード結合方程式が解かれる。それらの微分方程式系は(1)のように与えられる。 \vec{k} は真空中の波数を表すベクトルであり、鉛直方向(z方向)に対して 10° (ϕ)傾いていると仮定される。座標系は図2に示されている。地球外部磁場ベクトル

\vec{B} は $x-z$ 面内にあり、鉛直方向に対して 18° (ψ) 傾いていると仮定された。又 $x-y$ 面内では、物理量は一様と仮定される。

$$\frac{d}{kdz}\vec{f} + iQ \cdot \vec{f} = \Gamma \cdot \vec{f} \quad (1)$$

複素振幅ベクトル \vec{f} は (2) で与えられる。ただし、各ベクトル成分は各モードの複素振幅を表わしている。 T は転置変換を表わしている。

$$\vec{f} = (f_1, f_2, f_3, f_4)^T \quad (2)$$

f_1 : 下降 L モード

f_2 : 下降 R モード

f_3 : 上昇 R モード

f_4 : 上昇 L モード

Q は固有値行列で次のように表わせる。 i は各モードを区別する添字である。 q_i は Booker の 4 次方程式のモード i に対する解である。

$$Q = (q_i \delta_{ij}) \quad i, j = 1, 2, 3, 4 \quad (3)$$

Γ は結合係数行列であり (4) 式で表わされ、モード i とモード j の結合を与える。

$$\Gamma = (\Gamma_{ij}) \quad i, j = 1, 2, 3, 4 \quad (4)$$

電離圏内の混合水平電磁場ベクトル \vec{e} は次のように表わされる。

$$\vec{e} = \sum f_j \vec{s}_j \quad (5)$$

$$\vec{e} = (E_x, -E_y, H_x, H_y)^T \quad (6)$$

上式のベクトル成分は電磁場の水平成分を表わす。又、 \vec{s}_j はモード j の電磁場単位ベクトルであり、具体的には下式のように表わされる。

$$\vec{s}_j = \frac{1}{N_j} (a_3 q_j + a_4, A_j, q_j A_j, a_5 q_j + a_6)^T e^{-ikSx} \quad j = 1, 2, 3, 4 \quad (7)$$

S は、真空中における波線ベクトルの水平方向正弦である。

又、 $a_3, a_4, a_5, a_6, N_j, A_j, q_j$ は各種プラズマパラメータと、各高度 (z) でのそれらの微分できる複雑な関数である。Booker の 4 次方程式⁶⁾ は次のように与えられる。

$$\alpha q^4 + \beta q^3 + \gamma q^2 + \delta q + \epsilon = 0 \quad (8)$$

$$\alpha = U(U^2 - Y^2) + X(Y^2 l_z^2 - U^2) \quad (9)$$

$$\beta = 2l_x l_z SXY^2 \quad (10)$$

$$\gamma = -2U(U-X)(C^2 U-X) + 2Y^2(C^2 U-X) + XY^2(1 - l_z^2 C^2 + l_x^2 S^2) \quad (11)$$

$$\delta = -2C^2 l_x l_z SXY^2 \quad (12)$$

$$\epsilon = (U-X)(C^2 U-X)^2 - C^2 Y^2(C^2 U-X) - l_x^2 S^2 C^2 XY^2 \quad (13)$$

ただし、 $S = \sin \phi$ 、 $C^2 = 1 - S^2$ である。U, X, Y は次のように与えられる。

$$U = 1 - iZ \quad (14)$$

ただし i は虚数単位であり、衝突回数を ν とし、入射角振動数を ω 、入射周波数が f の時、

$$Z = \frac{\nu}{\omega} = \frac{\nu}{2\pi f} \quad (15)$$

である。さらに、

$$X = \frac{\omega_N^2}{\omega^2} = \frac{f_N^2}{f^2} \quad (16)$$

$$Y = \frac{\omega_H}{\omega} = \frac{f_H}{f} \quad (17)$$

ω_N, f_N はプラズマ角振動数とプラズマ周波数であり、 ω_H, f_H は電子サイクロトロン角振動数と電子サイクロトロン周波数である。 l_x, l_z は図 2 に示されている地球外部磁場ベクトル \vec{B} の方向余弦である。得られた q_j ($j=1, 2, 3, 4$) の高度プロファイルが、図 3、図 4 に示されている。入射周波数

図2 極域電離圏内に設定された座標系

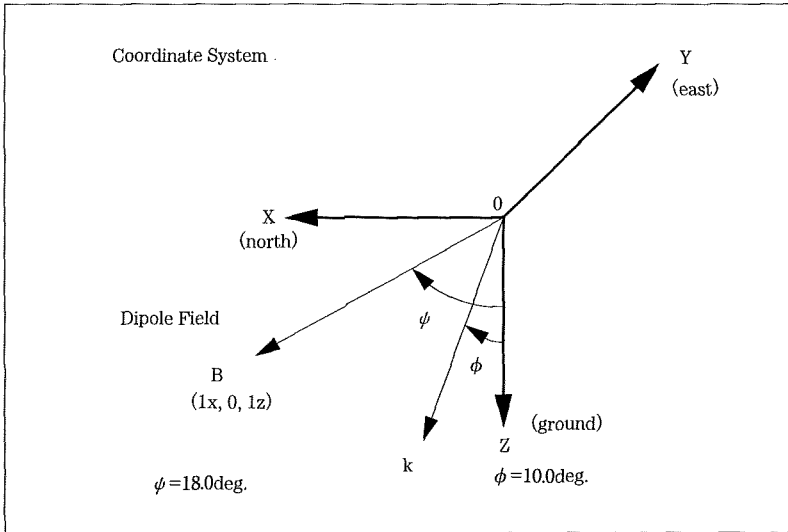


図3 下降 (Down going) 波に対する Booker 4 次方程式の解 q の実部

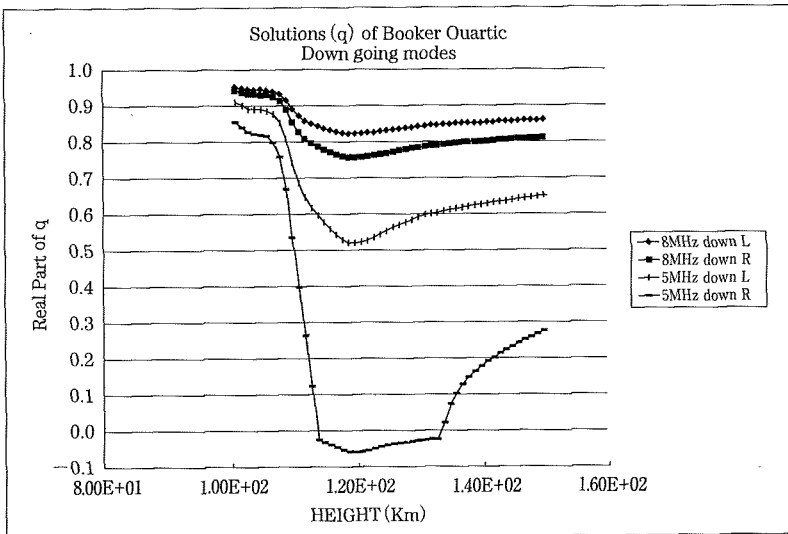
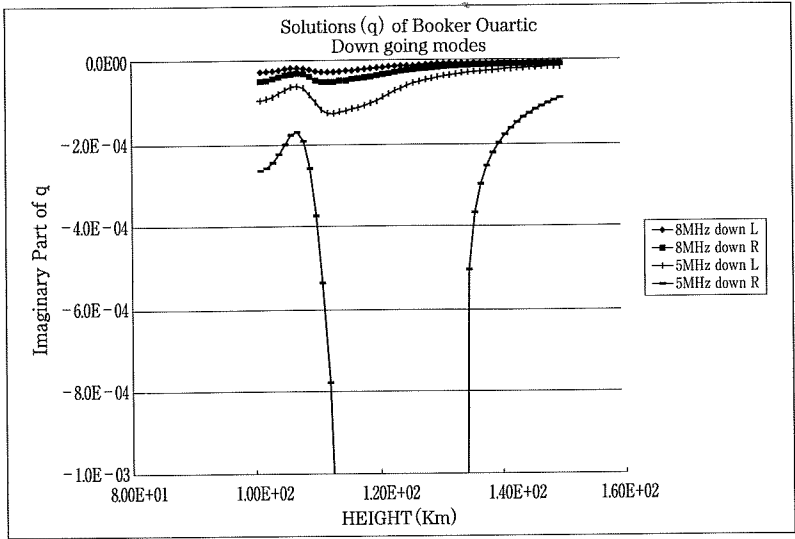


図 4 下降 (Down going) 波に対する Booker 4 次方程式の解 q の虚部



は 8 MHz と 5 MHz である。図 2 を参照すると、8 MHz の周波数を持つ HF 帯電波は、R モード、L モード、X モード、Z モードカットオフ周波数より高い周波数を持ち、地上まで伝搬可能である事が分る。一方、5 MHz の周波数を持つ HF 帯電波は、R モードカットオフ周波数に 134km の高度で遭遇し、したがって 150km で入射する R モード HF 帯電波は地上まで到達し得ない事になると想像される。この問題を検討するために、図 3、図 4 を次章で検討する。

3. q_j ($j=1, 2, 3, 4$) 高度プロファイル

波動場に対する q_j の寄与は、(1) 式より近似的に次式で表わされる。座標系は図 2 を参照する事。

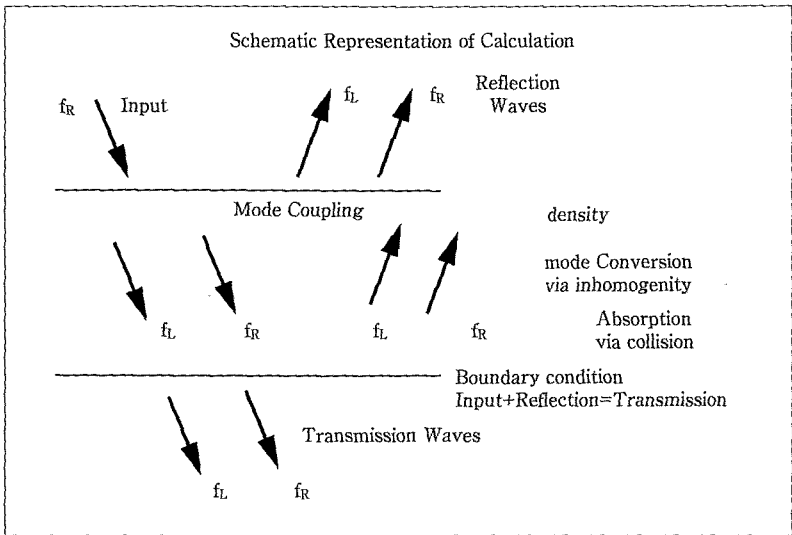
$$f_j \approx A_j e^{-ik(Sx + q_j z)} \tag{18}$$

下降 (downgoing) 波に対しては、図 3 に Booker の 4 次方程式のモード j に対する解 q_j の実部が示されており、図 4 にその虚部が示されている。それぞれは更に 8 MHz と 5 MHz、又は L モードと R モードで区別されている。図 3 から、L モードと R モードの 8 MHz の解、つまり q_j の実部は、明らかに 100km から 150km の間で正となっており、図 4 から虚部は非常に 0 に近い事が分る。したがって 8 MHz の入射 HF 帯電波は L モードと R モード共に、ほとんど減衰なく、100km まで到達可能となる事が分る。

次に、図 1 に示されたように比較的簡単な入射周波数、5 MHz を考える。5 MHz の入射 HF 帯電波は L モードと R モードでかなり振舞いが異なる。L モードの q_1 の実部は 100km から 150km まで正值であり伝搬可能であるが、R モードの q_2 の実部は、135km で零になる。この時 q_2 の虚部は急激に大きな負値になり、下向きのポインティングベクトルはほとんど零になる。モードは R-X 波のエバネッセントモードから、UHR 波のエバネッセントモードに、再び 114km 付近で R-X 波の伝搬モードに変わり、地上まで伝搬可能となる事を表わしている。

実は、モード結合を表わす (1) 式の両辺にはプラズマパラメータの微分項を含んでいるため、図 3 と図 4 の 110km から 114km、135km から 140km 付近の急激にプラズマパラメータが変化する領域では、モード変換が重要な影響を与えると予想される。さらに R モードカットオフ領域を下降するため、入射 R モードエネルギーは下降 L モードと上昇 L モードと R モードに移行すると予想される。もちろん大きな効果とは思われないが、媒質の不均質による分反射も生じ、その際に下降 R モードは、下降 L モードと上昇 L モードと R モードに変換する可能性もある。これらの全ての効果を考慮するには、媒質を z 方向に層分割して、フルウェイブ法とモード結合方程式の両方を使用する必要があるだろう。層分割のモデルは図 5 に模式的に示される。

図5 モード結合と分反射を考慮したフルウェイブ計算モデルの模式図



4. まとめ

以上の結果から、次のような結論が得られる。(1) 図1から予想された伝搬モードの振舞いは、Bookerの4次方程式のモード j に対する解 q_j の変化から推測された予想と一致した。これは、ここで使われた Booker の4次方程式の計算プログラムが妥当である事を意味している。(2) 入射 R モード波は R モードカットオフで減衰し、そのエネルギーは下降 L モードに変換される可能性がある。さらにモード変換により再び R モード波が生成される可能性もあり、R モードトンネル効果が生じると予想される。(3) 紹介したプラズマパラメータの下で、入射周波数を 5 MHz 以下にした場合、L モード波が密度ピークを越えて伝搬し、UHR 波や Z モード波と相互作用する可能性があり、このプログラムで調べられる可能性がある。(4) UHR 周波数が入射周波数 (5 MHz) と、サイクロトロン周

波数の5倍に一致するモデルを使ってオーロラローアの伝搬・増幅を考えた。Lモード入射波は地上まで伝搬可能となったが、Rモード入射波は伝搬途中で減衰し、振幅は小さくなると予想される。(5)モード結合・変換と分反射の両方を考慮するには、層分割と、フルウェイブ法とモード結合方程式の両方を使用する必要があると思われる。

これまでの検討から、HF帯電波のモード結合・伝搬を考えるには、厳密な波動計算を行い、数値的な検討が必要と思われる。将来、モード結合方程式を使って、層分割をしたフルウェイブ計算の結果を紹介したい。

謝辞

このレポートは、筆者が武蔵大学特別研究員として、2002年4月から2003年3月にかけて国立極地研究所に滞在し、計算機を使い、シンポジウム等で議論して頂いて得た結果の一つです。特に、国立極地研究所情報科学センターの佐藤夏雄センター長、宮岡 宏助教授、平沢尚彦博士、岡田雅樹博士、鈴木靖和様、岡田陽子様、磯川良子様、堤真希子様、経澤佳代子様、米山なおみ様、拓殖大学の巻田和男教授には心から感謝申し上げます。又、武蔵大学特別研究員に推薦して下さいました武蔵大学の多くの教員・スタッフの方々に、心から御礼申し上げます。本当に、有難うございました。

引用・参考文献

- 1) K. G. Budden, *The Propagation of Radio Waves*, Cambridge Univ. Press, (1985)
- 2) P. H. Yoon et al., *J. Geophys. Res.*, 103, 29267 (1998)
- 3) J. M. Hughes et al., *J. Geophys. Res.*, 106, 21147 (2001)
- 4) EISCAT Scientific Association Annual Report 1987, p27
- 5) 池田 愼, 武蔵大学人文学会雑誌, 第31巻, 第3号, 裏P153 (2000)
- 6) I. Nagano et al., *Radio Sci.*, 10, 611 (1975)

(2003年11月25日 受理)